

Kevin GUELTON

Diplôme d'Etudes Approfondies
Automatique des Systèmes Industriels et Humains

Mémoire de recherche

Contribution à l'évaluation objective de
la posture des sujets scoliotiques

Année universitaire 1999/2000

Directeur de recherche :
François-Xavier LEPOUTRE

Encadrement :
Anne-Pascale MAQUINGHEN
Franck BARBIER

Avant-propos

Je tiens à remercier Anne-Pascale Maquinghen et Franck Barbier pour leur aide et leur disponibilité ainsi que pour la liberté qu'ils m'ont laissé dans l'orientation de mes recherches.

Je remercie également Paul Allard de l'université de Montréal qui fut l'initiateur du modèle stabilométrique développé et qui a permis la publication de certains résultats.

Enfin je remercie l'ensemble des personnes travaillant au LAMIH, particulièrement Christophe Gillet et Yannick Delpierre, qui ont bien voulu répondre à mes nombreuses questions ou qui m'ont aidé durant les manipulations.

Sommaire

Glossaire	3
Introduction	4
Partie 1	5
Modélisation tridimensionnelle de la position du centre de gravité de l'homme en posture orthostatique	
I- Introduction.....	6
II- Définitions usuelles.....	7
1. CENTRE DE PRESSION.....	7
2. CENTRE DE GRAVITE	7
3. DIFFERENCES CARACTERISTIQUES ENTRE LE CENTRE DE PRESSION ET LE CENTRE DE GRAVITE .	8
III- Du centre de pression au centre de gravité, différentes méthodes.....	9
1. METHODE ANTHROPOMETRIQUE PAR VIDEOMETRIE	9
2. LE MODELE DU PENDULE INVERSE UTILISE EN STABILOMETRIE	9
3. METHODE UTILISANT UN FILTRE PASSE-BAS.....	10
4. MODELE DYNAMIQUE TRIDIMENSIONNEL DEVELOPPE AU COURS DE CE PROJET.....	11
5. ESTIMATION DE LA HAUTEUR DU CENTRE DE GRAVITE	13
IV- Matériels et Protocoles expérimentaux.....	15
1. MATERIEL DE MESURE DU CENTRE DE PRESSION	15
2. DISPOSITIF DE MESURE DE LA HAUTEUR DU CENTRE DE GRAVITE	15
3. SYSTEME D'ANALYSE DU MOUVEMENT.....	15
4. LOGICIEL D'ACQUISITIONS STABILOMETRIQUE	16
5. PROTOCOLES EXPERIMENTAUX	16
a. Détermination de la position du centre de pression.....	17
b. Détermination de la hauteur du centre de gravité.....	18
V- Données recueillies et résultats.....	19
1. DONNEES RECUEILLIES	19
2. RESULTATS ET DISCUSSION	20
3. COMPARAISON PRATIQUE DES TROIS METHODES	22
VI- Conclusion de la partie 1	23

Partie 2.....	24
Auto calibrage des radiographies pour la reconstruction en trois dimensions du rachis par le biais de la position du centre de gravité	
I- Introduction.....	25
II- Etude préliminaire de faisabilité.....	26
1. MATERIEL DE MESURES.....	26
a. Radiographie et représentation 3D du rachis.....	26
b. Mesure de forme 3D surfacique.....	27
c. Stabilométrie.....	28
2. APPROCHE THEORIQUE DE MISE EN RELATION DES MESURES.....	28
3. PROPOSITION DE MODE OPERATOIRE.....	29
III- Technique de calibrage des radiographies.....	30
1. DEFINITION ET ORIENTATION DES REPERES UTILISES, PRINCIPE DE LA RECONSTRUCTION 3D ...	30
2. UTILISATION D'HYPOTHESES.....	31
3. LE D.L.T.....	32
4. METHODE D'AUTO CALBRAGE DES RADIOGRAPHIES PAR LE BIAIS DE LA POSITION DU CENTRE DE GRAVITE.....	33
a. Principe de la projection conique et du calibrage des radiographies.....	33
b. Mesure de L et positionnement de O_F et O_L	34
c. Première estimation des distances Objet-Plaque d_F et d_L	35
d. Algorithme d'auto calibrage.....	35
IV- Evaluation.....	37
1. PRINCIPE DE L'EVALUATION.....	37
2. OBJET THEORIQUE SIMULE ET CHOIX DES DIFFERENTS PARAMETRES.....	38
3. RESULTATS.....	39
V- Conclusion de la partie 2.....	41
Conclusion générale.....	42
Bibliographie personnelle.....	43
Bibliographie.....	44
Annexes.....	47

Glossaire

Centre de gravité : Point où la masse entière d'un sujet peut être résumée.

Centre de pression : Barycentre des force de pression au sol.

Polygone de sustentation : polygone défini par l'ensemble des bords externes des surfaces de contact du sujet avec le sol.

Pathologie : Science ayant pour objet l'étude des maladies.

Posture orthostatique : Posture debout sans bouger.

Posturologie : Science ayant pour objet l'étude de la posture.

Rachis : Colonne vertébrale.

Scoliose : déformation 3D du rachis.

Stabilométrie : Mesure de la stabilité posturale d'un sujet par le biais des variations de position de son centre de gravité.

Statokinésigramme : Représentation graphique de l'évolution horizontale de la position du centre de gravité.

Vue frontale : vue de dos.

Vue sagittale : vue latérale ou de profil.

Introduction

La Posturologie est une discipline nouvelle portant sur le contrôle de la posture orthostatique c'est-à-dire debout sans bouger. Son domaine est donc très précis : elle s'occupe de l'homme qui a du mal à se tenir debout, c'est-à-dire de l'homme qui chancelle, instable ou vertigineux, mais aussi de l'homme qui, lorsqu'il est debout, souffre de son axe corporel, c'est-à-dire soit des membres inférieurs, soit du rachis. La stabilité posturale d'un individu est définie par son aptitude à maintenir son centre de gravité autour d'une position moyenne.

La scoliose est une pathologie du rachis dont les conséquences sur la stabilité posturale ne sont pas encore bien établies. Aussi, pour juger de la stabilité posturale d'un sujet scoliotique et des conséquences de sa maladie, il est important de connaître les positions relatives de son centre de gravité et de sa colonne vertébrale.

Les objectifs de ce projet sont donc dans un premier temps de proposer une méthode permettant la mesure des variations de positions du centre de gravité. Puis d'élaborer un outil permettant la visualisation simultanée de la position du centre de gravité, de la colonne vertébrale et de la forme surfacique du tronc.

Le logiciel Rachis3D développé au LAMIH permet la visualisation de la forme rachidienne en trois dimensions. Le calibrage de ce système s'avère être imprécis du fait des hypothèses retenues. Bien que suffisantes pour l'étude des paramètres scoliotiques liés à la forme de la colonne vertébrale, il n'est pas possible de faire correspondre correctement les données issues de Rachis3D avec la forme externe du tronc. De plus, les dilatations du modèle rachidien dues aux projections radiographiques rendent obsolète le positionnement du centre de gravité. Le changement de mode de calibrage est donc une nécessité.

Un nouveau modèle dynamique tridimensionnel du centre de gravité de l'homme en posture orthostatique a été élaboré et est explicité dans la première partie de ce rapport.

La seconde partie de ce rapport présente une nouvelle méthode d'auto calibrage des radiographies par le biais de la position du centre de gravité du patient considéré dans le contexte de prise de radiographies.

Le modèle dynamique tridimensionnel du centre de gravité de l'homme en posture orthostatique a été élaboré en collaboration avec Paul Allard du Laboratoire d'étude du mouvement de l'hôpital Sainte Justine de Montréal.

La méthode d'auto calibrage des radiographies a été réalisée en partenariat avec l'Institut Calot de Berck-sur-mer et plus particulièrement avec le Dr. D. Chopin chirurgien orthopédiste spécialisé dans la chirurgie de la scoliose.

Partie 1

Modélisation tridimensionnelle de la position du centre de gravité de l'homme en posture orthostatique

I- Introduction de la partie 1

La stabilité d'un sujet est fonction de divers paramètres plus ou moins maîtrisés. Par exemple, le port d'un sac à dos modifie la posture d'une personne, de même en ce qui concerne une pathologie du dos. La stabilométrie est un outil de la posturologie qui permet d'étudier la position du centre de pression d'un individu. Ce centre de pression, tout comme le centre de masse, peut évoluer et changer de position relative par rapport au sujet à mesure qu'il fait évoluer sa posture. La trajectoire du centre de gravité peut être mesurée de différentes manières :

- à l'aide de marqueurs placés sur l'individu dont la position aura été saisie informatiquement par des caméras vidéo, il s'agit ici d'une méthode anthropométrique par la vidéométrie.
- à l'aide d'une plate-forme de force sur laquelle l'individu se tient debout en posture orthostatique afin de déterminer les variations de position du centre de pression dont celles du centre de gravité sont déduites. On parle ici de stabilométrie.

L'objectif de cette partie est donc de définir un protocole expérimental afin de déterminer les variations du centre de pression d'un individu. Il sera alors possible de développer un modèle mécanique afin d'identifier le centre de masse des sujets, réaliser une forme logiciel pour le traitement des données, représentations graphiques, quantification de la position, etc. Dans un premier temps les concepts de base de la stabilométrie seront abordés. Ensuite les modèles utilisés pour l'estimation du centre de masse de l'homme en posture orthostatique ainsi que du modèle réalisé au cours de ce projet seront explicités. Enfin, les protocoles expérimentaux mis en place seront présentés et les résultats obtenus par les différents modèles seront comparés.

II- Définitions usuelles

1. Centre de pression

Le centre de pression est une des variables les plus utilisées en posturologie. Il correspond au point d'application de la force résultante de réaction au sol, barycentre des forces verticales de réaction réparties sur l'ensemble de la surface de contact pieds/sol. Le centre de pression est donc un point théorique qui est généralement situé en dehors des surfaces de contacts des pieds de l'individu en mouvement avec le sol et qui a pour avantage de résumer en un seul point la répartition des pressions des pieds sur le sol. Il est légitime de penser que le centre de pression est la projection du centre de gravité sur le sol d'un individu en posture orthostatique. Cependant l'individu, doté de sa complexe cinématique, qui est en équilibre métastable, par une simple contraction d'un muscle des membres inférieurs peut entraîner des variations de position entre centre de pression et projection du centre de gravité au sol.

2. Centre de gravité

Le centre de gravité, encore appelé centre de masse, est un concept qui permet de traiter plus facilement des problèmes mécaniques. Pour cela, on fait l'hypothèse que la masse entière est située en ce point. La notion de centre de gravité est couramment utilisée. Ainsi, lorsque l'on dit d'un sprinter qu'il va vite, on sait que ce sont ses jambes qui courent et que c'est son corps tout entier qui se déplace. Donc l'allusion au sprinter pris comme un tout est une simplification qui rapproche de cette notion de centre de gravité.

Le centre de gravité d'un objet dont la matière est uniformément répartie se trouve en son centre géométrique. Par contre, en ce qui concerne les objets dont la matière n'est pas répartie uniformément, le centre de gravité est déporté vers la partie de l'objet qui contient le plus de matière. Prenons l'exemple d'une flèche : Pourquoi a-t-elle une trajectoire qui suit son orientation lorsqu'on la lance ? Et bien c'est parce que son centre de gravité se trouve déporté loin de son centre géométrique vers la pointe de celle-ci. De ce fait, la flèche semble être entraînée dans son mouvement par sa pointe.

Il est intéressant de noter que la localisation du centre de gravité du corps humain en posture orthostatique est souvent approximée au niveau de la seconde vertèbre sacrée ou encore à 56% de la hauteur du sujet, voir figure I-1. Cependant, il ne faut pas perdre de vue que lorsqu'on déplace un bras ou une jambe, on déplace le centre de gravité. Cela est dû au fait que notre corps n'est pas rigide mais articulé, un exemple est illustré par la figure 1-2.

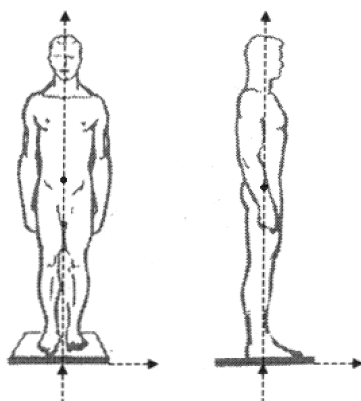


Figure I-1 : Position du centre de gravité dans le plan frontal et le plan sagittal. /ALL 89/

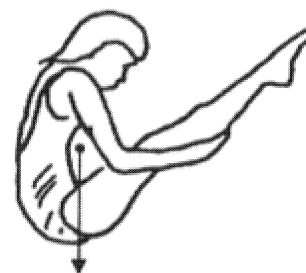


Figure I-2 : La position du centre de gravité change selon la posture adoptée. /ALL 89/

3. Différences caractéristiques entre le centre de pression et le centre de gravité

La principale différence entre la notion de centre de masse et de centre de pression résulte de la notion d'inertie. En effet, le centre de pression n'ayant pas d'inertie, ses excursions peuvent être rapides avec de grandes amplitudes à l'intérieur de la base de support. Le centre de pression représente le contrôle neuromusculaire globale des sujets /WIN 87/. La notion d'inertie étant directement reliée à la notion de masse, le centre de masse, tout comme son nom l'indique, possède une inertie qui ne lui permet pas de variation aussi rapide. Dans le cas de la posture orthostatique, une simple contraction d'un muscle d'un membre inférieur va entraîner une variation notable du centre de pression tandis que le centre de masse n'aura quasiment pas bougé.

III- Du centre de pression au centre de gravité, différentes méthodes

Il existe de nombreuses méthodes permettant d'estimer la position du centre de gravité de l'homme en posture orthostatique. Les plus utilisées peuvent se classer en deux grandes familles :

- Les méthodes anthropométriques par la vidéométrie,
- Les méthodes utilisant le centre de pression afin de remonter au centre de gravité, elles seront nommées stabilométriques puisque la stabilométrie étudie très précisément les variations de position du centre de pression.

Différentes méthodes stabilométriques ont déjà été formalisées, parmi celles-ci on trouve :

- Double intégration de l'accélération **/SHI 84/, /ZAT 98/**,
- Filtre passe-bas **/BEN 94/, /BRE 96/, /CAR 97/**,
- Processus itératif **/LEV 96/, /MOR 99/**,

Ces différentes méthodes comportent chacune des variables dont la détermination est difficile (constantes d'intégration, pulsation propre, inertie de sujet etc.). Au court de cette étude, un nouveau modèle stabilométrique a été élaboré par la dynamique inverse.

Après avoir explicité la méthode anthropométrique et la méthode de filtrage, le nouveau modèle sera détaillé. Puis les résultats des différents modèles seront comparés.

1. Méthode anthropométrique par vidéométrie

Les tables anthropométriques **/WIN 90/ /DEM 56/** donnent la position des centres de gravité des segments corporels par un pourcentage de la distance entre les articulations proximales et distales de chacun de ces segments (annexe 1). Un système vidéométrique d'analyse du mouvement est alors utilisé afin de capturer les variations de position des segments corporels.

Les systèmes vidéométriques sont basés sur le principe de la stéréovision permettant le calcul de la position d'un objet dans un espace à trois dimensions. Connaissant la position dans l'espace de tous les segments corporels, il est alors possible de calculer la position du centre de gravité global du sujet.

Le problème majeur de cette technique résulte dans le fait qu'il n'existe pas d'homme «standard» alors que les tables anthropométriques proposent une standardisation de celui-ci. Il ne faut alors pas perdre de vue que des erreurs d'approximation peuvent être importantes.

2. Le modèle du pendule inversé utilisé en stabilométrie

Lorsque l'homme se tient debout en essayant de bouger le moins possible sur un support horizontal stable, les oscillations de son corps peuvent être assimilées à un segment rigide oscillant autour de l'articulation des chevilles **/GUR 72/ /NAS 71/**. Ce type d'oscillations amène à modéliser le bas du corps humain par un pendule inversé, figure I-3. Il s'avère que ce modèle représente assez bien les mouvements du centre de gravité dans le plan antéro-postérieur ainsi que dans le plan frontal **/BRE 96/**.

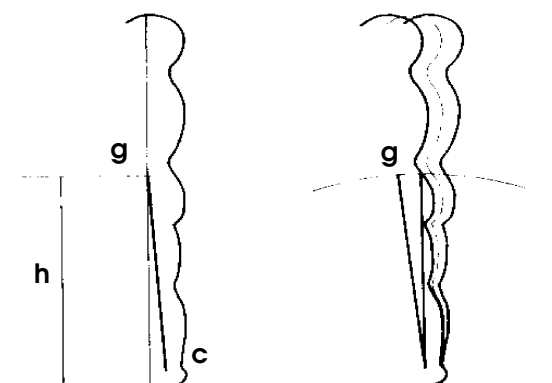


Figure I-3 : Modèle du pendule inversé /BRE 96/

3. Méthode utilisant un filtre passe-bas

Une étude de l'initiation de la marche a permis de montrer que si un sujet oscille à la manière d'un pendule inversé, une relation linéaire parfaite entre l'accélération du centre de gravité et la différence de position entre centre de pression et centre de gravité doit être observée /BRE 96/. Cette relation est définie par la formule suivante :

$$K_{xG} = -m \cdot g \cdot (X_P - X_G)$$

Où K et m représentent des constantes anthropométriques et g l'accélération de la gravité. Pour en arriver à ce résultat, un certain nombre d'hypothèses ont dû être posées.

Cette idée de pendule inversé a ensuite été reprise afin de quantifier et de trouver le lien entre le centre de gravité et le centre de pression pour estimer la performance en posturologie /CAR 97/. Une relation d'amplitude entre centre de pression et centre de gravité en fonction de la fréquence a ainsi été mise en évidence:

$$\frac{C_G}{C_P} = \frac{\Omega_0^2}{\Omega_0^2 + \Omega^2}$$

où Ω est la pulsation d'oscillation du sujet et Ω_0 la pulsation propre représentant l'oscillation "naturelle" du sujet, elle est un moyen efficace pour déterminer la rapidité à laquelle le sujet corrige sa position. La pulsation propre dépend directement de la hauteur du centre de gravité du sujet ainsi que du moment d'inertie, son expression est la suivante :

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot h}{I_G + m \cdot h^2}}$$

Avec m : la masse du sujet
 g : l'accélération de la pesanteur
 I_G : le moment d'inertie calculé au centre de gravité
 h : la hauteur du centre de gravité.

Etant donné que les déplacements du centre de pression sont enregistrés dans le domaine temporel, il est nécessaire d'effectuer une transformée de Fourier sur l'ensemble de l'enregistrement afin de déterminer ces déplacements en fonction de la fréquence. Dans le domaine fréquentiel, il est alors possible d'estimer la position du centre de gravité qui est alors retranscrite dans le domaine temporel par une transformée de Fourier inverse.

Cette relation d'amplitude correspond à la fonction de transfert d'un filtre passe-bas du premier ordre de fréquence de coupure Ω_0 . Cette méthode revient donc à filtrer les signaux obtenus par les variations de position du centre de pression suivant l'axe antéro-postérieur puis médio-latéral.

Remarque : Dans la suite de notre étude cette méthode sera nommée CARON.

4. Modèle dynamique tridimensionnel développé au cours de ce projet

Le corps humain est modélisé par un pendule inversé qui oscille autour d'un point C localisé au centre géométrique des deux chevilles (figure I-4). L'axe X est positif dans la direction postéro-antérieure, l'axe Y est orienté à gauche de l'axe X colinéairement à l'axe médio-latéral et l'axe Z représente la verticale orientée positivement vers le haut. Deux sous ensembles sont considérés (cf. figure 1-4).

□ Les Pieds :

Considérés immobiles, ils seront représentés par le centre de gravité de l'ensemble des deux pieds.

Bilan des forces extérieures :

- $\vec{F}_{s/p}$, résultante des forces de pression du sol sur les pieds dont les variations du point d'application permettent de définir le statokinésigramme du centre de pression.
- $\vec{P}_p$, poids des pieds, point d'application en G_p . Sa norme ainsi que son point d'application seront déterminés à partir des tables anthropométriques /WIN 90/.
- $\vec{F}_{j/p}$, réaction des jambes sur les pieds, point d'application supposé en C (point d'articulation du pendule inversé mais aussi centre des chevilles).

□ Le corps sans les pieds :

Représenté par un pendule inversé articulé aux chevilles, de rayon r . Le corps est mobile et toute sa masse sera résumée en son centre de gravité G_{c-p} .

Bilan des forces extérieures :

- $\vec{F}_{p/lj}$, réaction des pieds sur les jambes, point d'application supposé en C.
- $\vec{P}_{c-p}$, poids du corps sans les pieds, point d'application en G_{c-p} . Sa norme sera déterminée à partir du poids moins celui des pieds. Son point d'application représente l'inconnu de ce modèle.

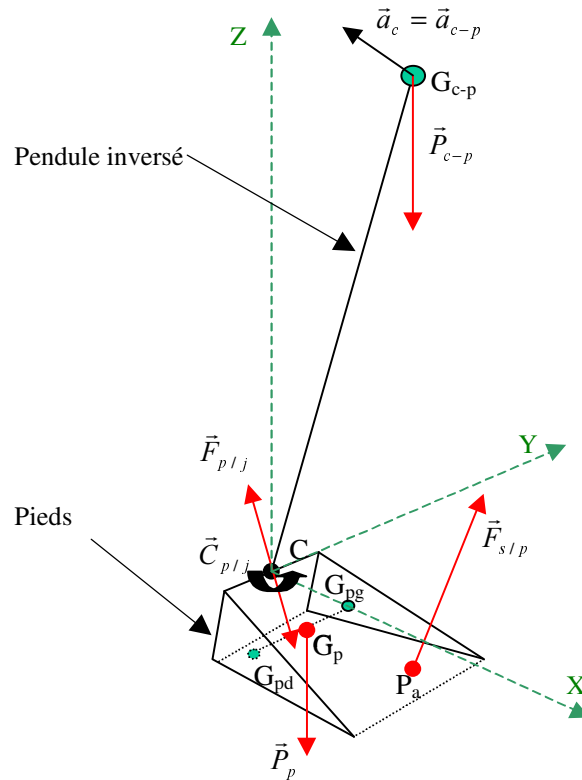


Figure I-4 : Modèle dynamique tridimensionnel

L'égalité des l'équation des moments pour les pieds et pour le corps sans les pieds au point C permet d'obtenir un système d'équations liées à trois inconnus x, y et z qui sont les coordonnées du centre de gravité du corps sans les pieds dans un repère centré en C:

$$\left\{ \begin{array}{l} C'_x - F_z \cdot y + F_y \cdot z = 0 \\ C'_y + F_z \cdot x - F_x \cdot z = 0 \\ C'_z - F_y \cdot x + F_x \cdot y = 0 \end{array} \right\} \quad \text{avec} \quad \vec{C}'_{p/lj} = \frac{1}{1-K} \cdot \vec{C}_{p/lj} = \begin{bmatrix} C'_x \\ C'_y \\ C'_z \end{bmatrix},$$

$$C\vec{G}_{p-c} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad \vec{F}_{s/lp} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}$$

K étant une constante anthropométrique donnant le poids des pieds en fonction du poids total du corps /**DEM 56**/.

Afin de résoudre ce système il est nécessaire d'introduire une contrainte supplémentaire qui est l'équation d'une sphère de rayon r centrée en C. En effet, le modèle du pendule inversé implique que le centre de gravité modélisé décrit une calotte sphérique :

$$x^2 + y^2 + z^2 - r^2 = 0$$

Après avoir substitué x , y et z dans l'équation de la sphère, trois équations du second degré respectivement en x , y et z sont obtenues. leurs solutions doubles sont les suivantes. La démonstration entière est donnée en annexe 2.

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{C'_z \cdot F_y - C'_y \cdot F_z \pm \sqrt{\Delta_x}}{\left| \vec{F}_{s/p} \right|^2} \\ y_{1,2} &= \frac{C'_x \cdot F_z - C'_z \cdot F_x \pm \sqrt{\Delta_y}}{\left| \vec{F}_{s/p} \right|^2} \\ z_{1,2} &= \frac{C'_y \cdot F_x - C'_x \cdot F_y \pm \sqrt{\Delta_z}}{\left| \vec{F}_{s/p} \right|^2} \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned} \Delta_x &= (C'_y \cdot F_z - C'_z \cdot F_y)^2 - \left| \vec{F}_{s/p} \right|^2 \cdot (C_y'^2 + C_z'^2 - F_x^2 \cdot r^2) \\ \Delta_y &= (C'_z \cdot F_x - C'_x \cdot F_z)^2 - \left| \vec{F}_{s/p} \right|^2 \cdot (C_x'^2 + C_z'^2 - F_y^2 \cdot r^2) \\ \Delta_z &= (C'_x \cdot F_y - C'_y \cdot F_x)^2 - \left| \vec{F}_{s/p} \right|^2 \cdot (C_x'^2 + C_y'^2 - F_z^2 \cdot r^2) \end{aligned}$$

et :

$$\vec{C}_{p/j}' = \frac{1}{1-K} \begin{bmatrix} y_a \cdot F_z - z_a \cdot F_y + y_p \cdot K \cdot P_c \\ z_a \cdot F_x - x_a \cdot F_z - x_p \cdot K \cdot P_c \\ x_a \cdot F_y - y_a \cdot F_x \end{bmatrix}, C\vec{P}_a = \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix}, C\vec{G}_p = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix}$$

Ces équations permettent l'estimation des déplacements du centre de gravité sans avoir recourt à un calcul des constantes initiales d'intégration de l'accélération ni à une méthode par filtrage passe-bas. Il est cependant nécessaire pour mettre en œuvre ce modèle d'approximer la position du centre de gravité des pieds par des tables anthropométriques ainsi que la position du centre géométrique des chevilles.

5. Estimation de la hauteur du centre de gravité

Les modèles basés sur le pendule inversé permettent donc d'estimer les variations horizontales de position du centre de gravité. Mais, pour que ceux-ci soient applicables, il faut connaître la hauteur du centre de gravité des sujets. Différentes méthodes peuvent être utilisées pour définir cette hauteur. Parmi celles-ci, il existe le principe du levier illustré par la figure I-5.

Le sujet se couche, le dos collé contre une planche étroite et longue de deux mètres. Ce système représente un levier inter-résistant. C'est-à-dire que le poids du

corps est placé entre le point d'appui situé à l'extrémité podale et la balance qui enregistre la charge sous la planche. Connaissant la taille du sujet, il est possible de déterminer, par la résolution des équations imposées par le principe fondamental de la statique et plus particulièrement l'équation des moments, la distance entre le point d'appui et le centre de gravité qui correspond à la hauteur de celui-ci lorsque le sujet se tient debout.

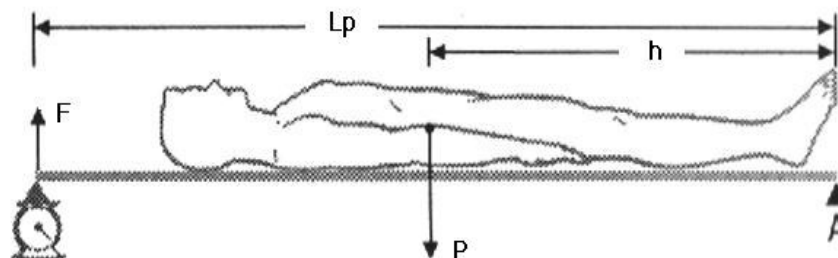


Figure I-5 : Base de calcul de la hauteur L_p du centre de gravité par le principe du levier

La formule donnant la hauteur du centre de gravité dans cette configuration est donc :

$$h = \frac{L_p \cdot F}{P}$$

Avec :

- h la hauteur du centre de gravité
- L_p la longueur de la planche
- F la force mesurée à l'extrémité de la planche
- P le poids de l'individu

IV- Matériels et Protocoles expérimentaux

1. Matériel de mesure du centre de pression

Le centre de pression étant défini par le barycentre des forces verticales de réactions, il est généralement évalué à l'aide d'une plate-forme de force. Il en existe deux grandes familles :

- les plates-formes monoaxiales qui permettent uniquement la mesure de la résultante verticale des forces de réaction au sol.
- Les plates-formes 3D mesurant la résultante des forces de réactions au sol dans les trois dimensions.

Pour l'application de notre modèle il est nécessaire de connaître les efforts horizontaux. Une plate-forme 3D de la société LOGABEX dont dispose le L.A.M.I.H. a donc été utilisée.

2. Dispositif de mesure de la hauteur du centre de gravité

Une planche de réaction en bois a été réalisée (photo I-1) avec, à chaque extrémité, des appuis linéaires dont l'un repose sur une plate-forme de force afin de mesurer la réaction verticale permettant le calcul de la hauteur du centre de gravité et l'autre sur un support fixe.



Photo I-1 : Planche de

3. Système d'analyse du mouvement

Le L.A.M.I.H. dispose d'un système vidéométrique tri-dimensionnel SAGA3 de la société BIOGESTA équipé de six caméras infrarouge à diodes pulsées. Celui-ci capte les mouvements de marqueurs réfléchissants d'un diamètre de 2,5cm situés sur le corps du sujet (cf. figure I-6).

Ce système possède son propre logiciel d'acquisition. Il permet le calcul de la position dans l'espace de chaque marqueur ainsi que la reconstruction d'un mannequin 3D reproduisant les trajectoires empruntées par le sujet, l'erreur de reconstruction tridimensionnelle est de 0.6mm /**BAR 94**/. De plus il est possible de faire une acquisition vidéo synchronisée avec l'acquisition des signaux délivrés par les plates-formes de force.

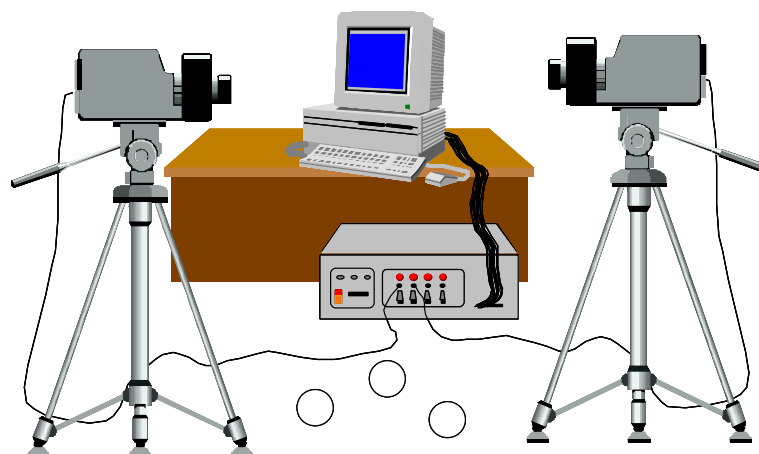


Figure I-5 : Système d'analyse du mouvement

4. Logiciel d'acquisitions stabilométrique

Un logiciel d'acquisitions a été développé en langage C à l'aide de LABWINDOWS afin de permettre l'acquisition et le traitement des données fournies par les plates-formes de force. Ce logiciel est en constante évolution afin d'intégrer les différents paramètres utiles à l'analyse stabilométrique des cas pathologiques

5. Protocoles expérimentaux

Les expérimentations ont été réalisées dans l'optique de tester le modèle développé au LAMIH.

La posture orthostatique de 8 sujets dont l'âge moyen est de 24.0 ± 4.12 ans a été évaluée au moyen de la vidéométrie ainsi que des modèles stabilométriques que détaillés précédemment. Les sujet mesurent en moyenne 1.815 ± 0.076 m pour 74.86 ± 9.35 kg et les hauteurs des centres géométriques de leurs chevilles, c'est-à-dire au milieu de celles-ci, ont été mesurée en moyenne à 0.083 ± 0.008 m.

Les acquisitions des plates-formes de force ont été synchronisées avec celles du système SAGA 3D afin qu'elles puissent être comparées. Sur chaque sujet ont été placés 14 marqueurs réfléchissants d'un diamètre de 2,5cm au niveau des articulations proximales et distales de chaque segment corporel conformément aux tables anthropométriques données en annexe 1 /WIN 90/. Trois acquisitions par sujet ont été effectuées.

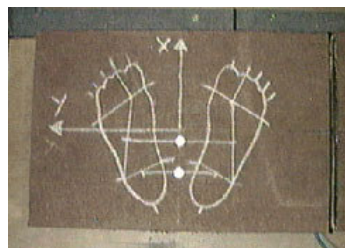
a. Détermination de la position du centre de pression

Le sujet se place sur une plate-forme de forces en position debout avec pour consigne de ne pas bouger tout en regardant un point fixe situé en face de lui, le bord interne de chaque pied forment un angle de 15° (photos I-2 et I-3), des marques sur la plate-forme, définissant le polygone de sustentation à respecter, ont été inscrites à cet effet /MCI 97/. La durée de l'acquisition est de 81,92 secondes correspondant à un enregistrement de 4096 points à 50Hz afin de permettre le calcul de la FFT. Une acquisition vidéo a été effectuée simultanément.



Photo I-2 : Stabilométrie, détermination des variations de position du centre de pression.

Photo I-3 : Emplacement des pieds sur la plate-forme de force.



A la fin de chaque série d'enregistrements, il est nécessaire de marquer la position des pieds sur la plate-forme afin de déterminer la position du centre géométrique des chevilles ainsi que du centre de gravité des pieds le plus fidèlement possible à la position adoptée pendant l'acquisition par rapport au centre de la plate-forme de force (photos I-4 et I-5).

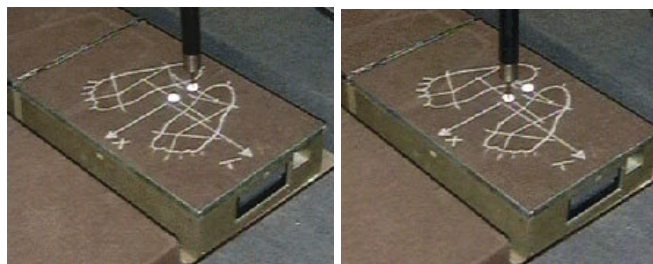


Photo I-4 et I-5 : Acquisition de la position du centre géométrique des chevilles et du centre de gravité des pieds.

L'erreur de mesure de la position du centre de pression a été estimée par l'acquisition successive de 50 points de contrôle répartis sur la face supérieure de la plate-forme de force. Elle atteint son maximum au centre de la plate-forme et est de l'ordre de 1.1mm.

b. Détermination de la hauteur du centre de gravité

Le sujet se couche sur le plateau horizontal en gardant le plus possible une posture horizontale pouvant se ramener à la posture verticale debout. La consigne étant de ne plus bouger, l'acquisition dure 10 secondes (photos I-6 et I-7).



Photo I-6 et I-7 : Mesure de la hauteur du centre de gravité



V- Données recueillies et résultats

1. Données recueillies

Le passage des sujet sur la planche de réaction a permis de déterminer la hauteur de leurs centres de gravité. Celles-ci sont comprises dans l'intervalle $1.009 \pm 0.069\text{m}$ soit environ 56% de leurs taille totale. La hauteur de leurs chevilles étant de $0.083 \pm 0.008\text{m}$, les rayons des pendules inversés sont compris dans l'intervalle $0.926 \pm 0.077\text{m}$.

Le but est de comparer trois méthodes d'obtention des variations du centre de gravité, il y a donc trois signaux correspondant aux résultats obtenus par la vidéométrie (SAGA), par la méthode CARON et par le modèle dynamique tridimensionnel (LAMIH) et cela pour chaque acquisition de chaque sujet. Afin de ne pas surcharger les graphiques seulement 6 secondes d'un des enregistrements sont présentées dans la suite du rapport.

La figure I-6 représente les données après calcul du centre de gravité par les trois méthodes en fonction des informations fournies directement par la plate-forme de force ainsi que par les positions successives des marqueurs réfléchissants au cours du temps.

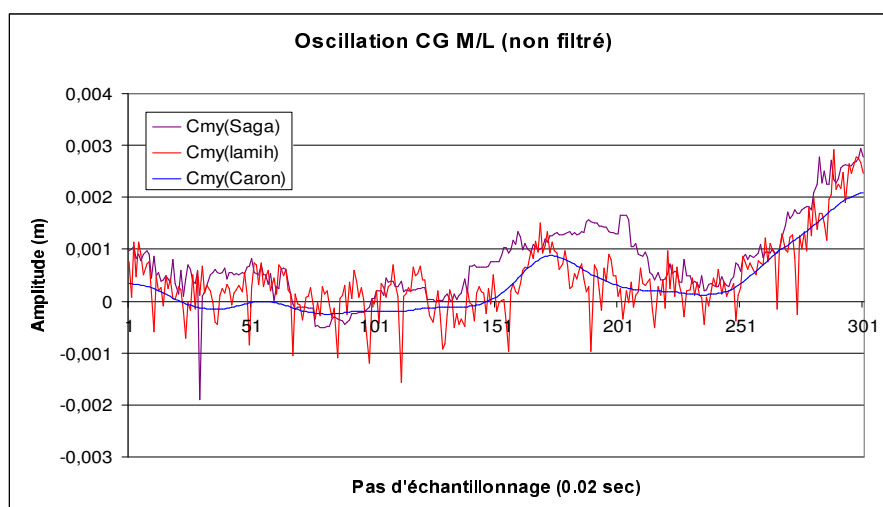


Figure I-6 : résultats bruts, à partir de données non filtrées

Les données brutes sont bruitées. Il est par conséquent difficile de comparer ces trois signaux. Il a donc été nécessaire de filtrer ceux-ci.

Le signal utile se trouve entre 0 et 4 Hz. Un filtre passe-bas du 4eme ordre de Butterworth ayant pour fréquence de coupure 4Hz a été utilisé afin de réduire le bruit. Il est à noter que la fréquence de régulation posturale de l'homme est de l'ordre de 0,5Hz. Par conséquent, il semble évident qu'en coupant à 4Hz il n'y a pas de perte significative de l'information utile. Les signaux filtrés présentés figure I-7 sont obtenus.

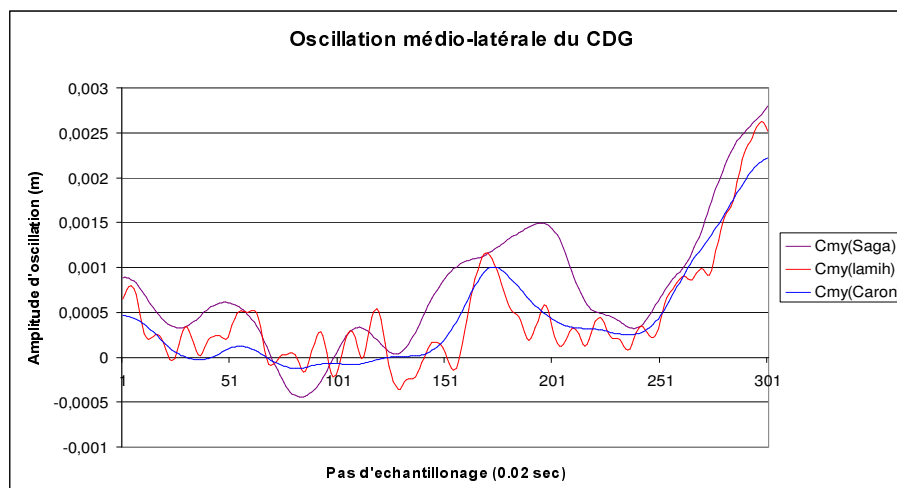


Figure I-7 : déplacements du centre de gravité centrés autour de la position moyenne du statokinésigramme par rapport à C

2. Résultats et discussion

Il est courant en stabilométrie de travailler directement avec le statokinésigramme (Figure I-8). La tendance générale du déplacement du centre de gravité par rapport au centre de pression est respectée. Il est intéressant de remarquer que les centres de gravité (CM) calculés grâce aux méthodes stabilométriques (CARON et LAMIH) suivent globalement les variations de position du centre de pression (COP) tandis que celui calculé par vidéométrie (SAGA) semble s'en éloigner un peu plus.

En ce qui concerne la méthode CARON, cela est tout à fait normal puisque celle-ci ne fait rien d'autre que filtrer le centre de pression. Le centre de gravité LAMIH est obtenu par un modèle mécanique dont l'entrée est le centre de pression, il est donc aussi tout à fait normal qu'une variation de centre de pression entraîne une variation de centre de gravité. Enfin la méthode SAGA ne fait en aucun cas appel au centre de pression. Ici le centre de gravité est directement déduit des variations de position de chaque segment corporel.

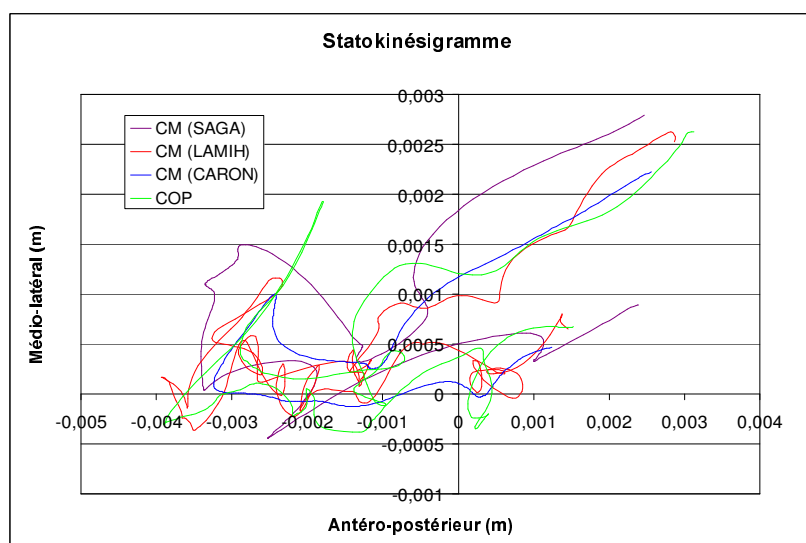
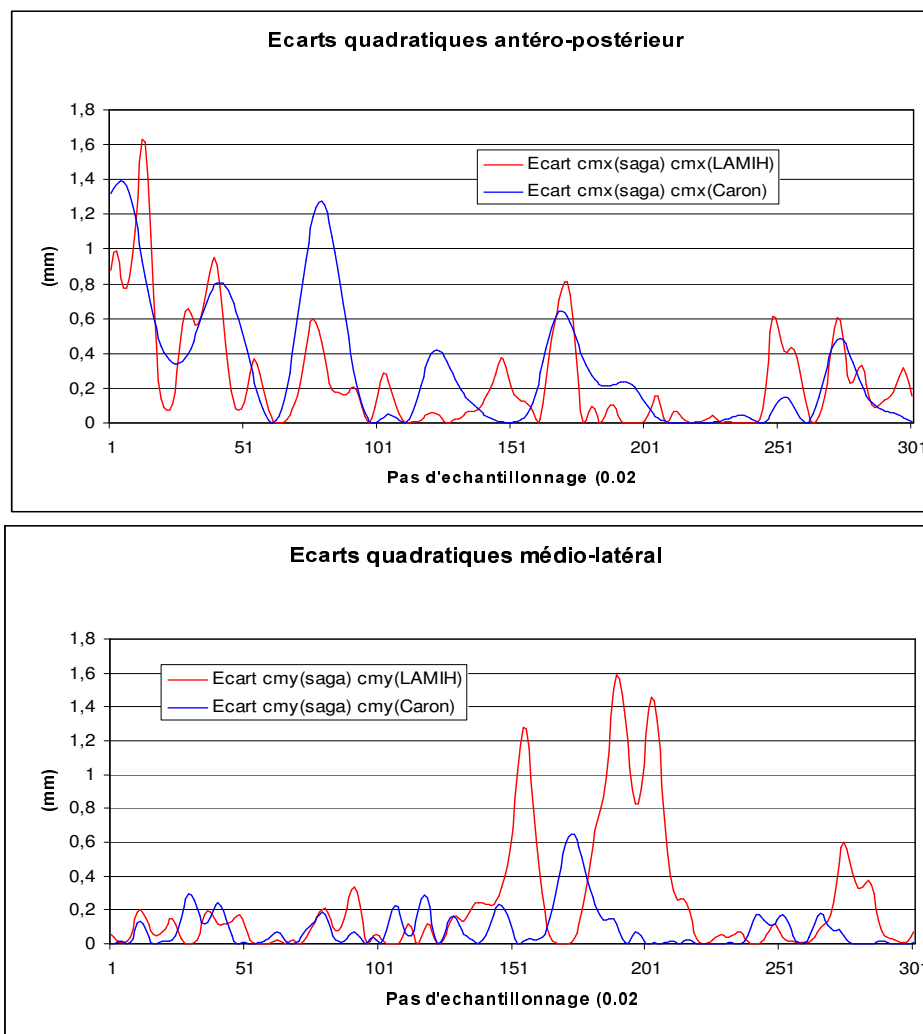


Figure I-8 : Statokinésigrammes

Etant donné qu'il n'existe pas de déplacement standard du centre de gravité, les résultats obtenus par la méthode CARON et LAMIH par rapport à la méthode SAGA sont comparés en fonction de l'écart quadratique entre ces différentes méthodes. Ainsi, les figures I-9 et I-10 montre que par moment la méthode CARON est plus proche de la méthode SAGA alors qu'à d'autres moments c'est la méthode LAMIH qui l'emporte.



Figures I-9 et I-10 : Ecarts quadratiques des méthodes CARON et LAMIH par rapport à la méthode VIDEO. en fonction du temps.

Les valeurs de la racine de la moyenne des écarts quadratiques sont relativement faibles :

$\xi = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{k=1}^{4096} (I_k - J_k)^2}$	Antéro-Postérieur (mm)	Médio-Latéral (mm)
I= LAMIH, J=SAGA	0,5	0,5
I=CARON, J=SAGA	0,6	0,3

Elles permettent de dire que le centre de gravité CARON et le centre de gravité LAMIH sont globalement proches du centre de gravité SAGA.

En calculant la moyenne de la différence entre les écarts LAMIH-SAGA et les écarts CARON-SAGA, une valeur proche de zéro si les deux méthodes stabilométriques sont globalement équivalentes doit être obtenues. Cette valeur est de 0.06 mm² pour l'axe antéro-postérieur et 0.15 mm² pour l'axe médio-latéral.

Il est intéressant de remarquer que les modèles stabilométriques sont moins précis dans le plan médio-latéral que dans le plan antéro-postérieur. En effet, dans le plan médio-latéral une stratégie oscillatoire de hanche serait prépondérante par rapport à une stratégie de cheville /WIN 96/. Or la stratégie de hanche n'est pas prise en compte dans le modèle du pendule inversé.

A ce stade de l'étude il est possible de dire que les trois méthodes se valent du point de vu des résultats. Mais qu'en est-il des avantages pratiques des unes par rapport aux autres ?

3. Comparaison pratique des trois méthodes

- La méthode SAGA est en théorie celle qui devrait fournir le résultat le plus proche de la réalité. En effet, elle prend en compte les déplacements de chaque segment corporel et donc elle permet de prendre en compte le plus fidèlement possible la complexe cinématique du corps humain. Cependant, les résultats obtenus sont sujets aux erreurs qu'engendrent les données anthropométriques. Néanmoins, son principal inconvénient relève de la difficulté de mise en œuvre et du coût de l'instrumentation.
- La méthode CARON est très simple de mise en œuvre et d'un coût d'instrumentation relativement peu élevé puisqu'elle ne nécessite qu'une plate-forme de force. Cependant, elle ne permet pas de mesurer la position du centre de gravité en temps réel. En effet, il est nécessaire de passer du domaine temporel au domaine fréquentiel pour calculer le rapport entre le centre de pression et le centre de gravité ce qui n'est possible par une transformée de Fourier que si l'on dispose d'un enregistrement complet comportant 2ⁿ échantillons.
- La méthode LAMIH ne présente pas plus de difficulté de mise en œuvre que la méthode CARON mis a part le fait que le centre géométrique des chevilles ainsi que le centre de gravité des pieds doivent être repérés par rapport au centre de la plate-forme. Il est à noter qu'une faible erreur de l'ordre de quelques millimètres des coordonnées de ces deux points n'entraîne pas de variations significatives de la position du centre de gravité. De plus elle ne présente pas non plus de coût d'instrumentation élevé puisqu'elle nécessite elle aussi que d'une plate-forme 3D. Son réel avantage résulte dans le fait qu'elle permet le calcul de la position du centre de gravité en temps réel. Cela a effectivement son intérêt, par exemple dans le cas d'une application pathologique, il est alors possible de proposer une rééducation des troubles du système postural fin par la stabilométrie avec retour des informations en temps réel de la position du centre de gravité.

VI- Conclusion de la partie 1

Une approche en dynamique inverse a permis l'élaboration d'un nouveau modèle stabilométrique afin de déterminer de la position dans l'espace du centre de gravité d'un homme en posture orthostatique. La précision de celui-ci est équivalente à celle des autres modèles testés. Néanmoins, il comporte des avantages liés à sa mise en œuvre et l'obtention des variations de positions verticales du centre de gravité est désormais possible.

Contrairement aux modèles antérieurs, le modèle LAMIH ne nécessite pas la connaissance de paramètres difficiles à obtenir. De plus, la connaissance de l'entière historique des positions du centre de pression n'est plus nécessaire permettant ainsi l'utilisation du modèle en temps réel.

Cette dernière particularité s'avère être intéressante pour les applications en rééducation. En effet, il est maintenant possible de proposer aux thérapeutes un outil permettant le retour de l'information de position du centre de gravité au patient considéré. On peut alors imaginer des exercices proposant à un patient de maintenir son centre de gravité à l'intérieur de zones cibles afin d'améliorer sa stabilité posturale.

Enfin, il serait intéressant de faire évoluer le modèle dynamique du centre de gravité en modélisant l'homme par un double pendule inversé articulé aux chevilles et à la hanche et dont le pendule inférieur serait de forme trapézoïdale articulé à chaque sommet représentant les membres inférieurs. Cette évolution permettrait l'étude des contributions des actions des chevilles et de la hanche au contrôle de la posture orthostatique.

Partie 2

Auto calibrage des radiographies
pour la reconstruction en trois dimensions du rachis
par le biais de la position du centre de gravité

I- Introduction

La pathologie scoliotique correspond à une déformation spatiale du rachis **/PER 79/**. Celle-ci entraîne une déformation du tronc et, sans doute, une modification de l'équilibre postural du patient. L'objectif premier du travail présenté dans cette partie est de permettre la mesure de ces modifications posturales, afin de mieux comprendre.

Usuellement, les médecins évaluent les déformations du rachis à partir de radiographies prises dans le plan frontal ainsi que sagittal. Il effectue ainsi son diagnostic et établit les traitements les plus appropriés pour y remédier.

Des travaux ont fourni des outils d'aide aux médecins proposant une visualisation d'un modèle rachidien en trois dimensions des patients considérés tel que RACHIS3D, logiciel développé au LAMIH et en constante évolution lors des dix dernières années.

Un système à balayage laser (Minolta VIVID500) reposant sur le principe de Moiré permet l'acquisition de la forme surfacique du tronc. Son calibrage se fait automatiquement et ne nécessite pas d'attention particulière. Ce système est déjà utilisé pour la conception des corsets dans le traitement des scolioses importantes ne nécessitant pas d'interventions chirurgicales.

La stabilométrie permet quant à elle de mesurer les variations de positions du centre de pression ainsi que la position de la verticale de gravité du patient.

La demande actuelle des médecins, aux vues des différentes techniques en place, est la visualisation simultanée de la forme surfacique du tronc, de la colonne vertébrale et de la ligne de gravité d'un patient. Ainsi le médecin aurait la possibilité de prendre en compte les informations de positions relatives de chacune de ces entités, comme la position relative du rachis par rapport à la verticale de gravité. Il pourra alors visualiser la façon dont le rachis « s'enroule » autour de cette verticale, la compréhension de la scoliose sera accrue et son traitement devrait être amélioré.

Une rapide étude de faisabilité de l'assemblage des 3 techniques de mesures : radiographies et modèle 3D du rachis, mesures surfaciques du tronc et enfin stabilométrie, est d'abord effectuée. Il s'avère quelques lacunes, notamment dans la mise en commun d'un même repère pour les trois systèmes de mesures. Une nouvelle méthode de calibrage est alors mise au point, elle est également évaluée. La réalisation de cette méthode est l'objet essentiel de cette seconde partie.

II- Etude préliminaire de faisabilité

1. Matériel de mesures

a. Radiographie et représentation 3D du rachis

Une source de Rayons X émet un faisceau. Le patient est situé entre la source et un film. Deux clichés sont pris. Après numérisation de points caractéristiques des vertèbres, le logiciel Rachis 3D propose une représentation en 3 dimensions de la colonne vertébrale dont le repère est lié au rachis à partir des vues frontale et latérale (cf. Figure II-1)

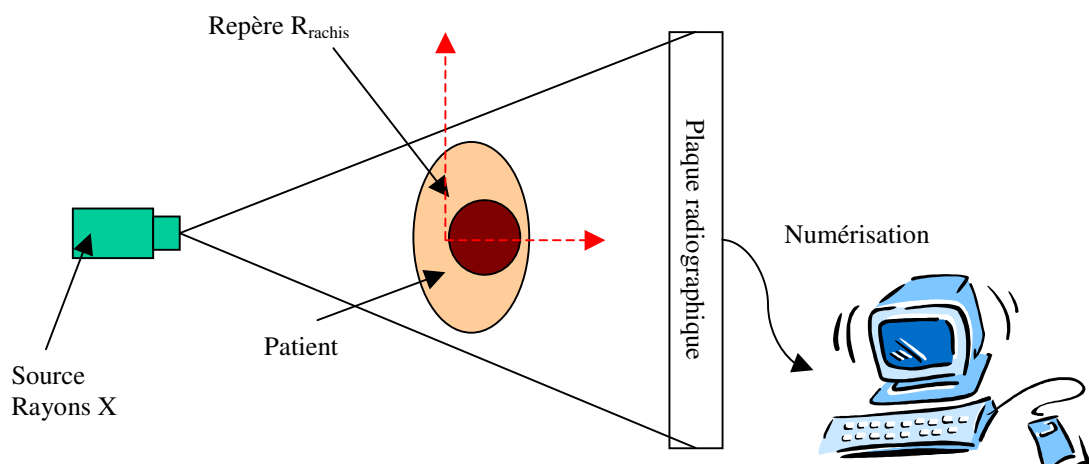


Figure II-1 : principe d'une prise de vue radiographique

La configuration radiographique ne permet pas le repérage d'un même point dans les deux vues. Cependant il est possible de déduire les dimensions, l'orientation et la position de chaque corps vertébraux à partir de points particuliers (cf. photo II-1) choisis pour leur facilité de reconnaissance sur les radiographies /**GOD 91**/. Les points numérisés sur les radiographies avec le logiciel RACHIS3D sont donc :

- Les 4 sommets du corps vertébral repérés sur les deux radiographies
- Le centre des deux pédicules repérés dans la vue frontale permettant le calcul de l'orientation du corps vertébral.

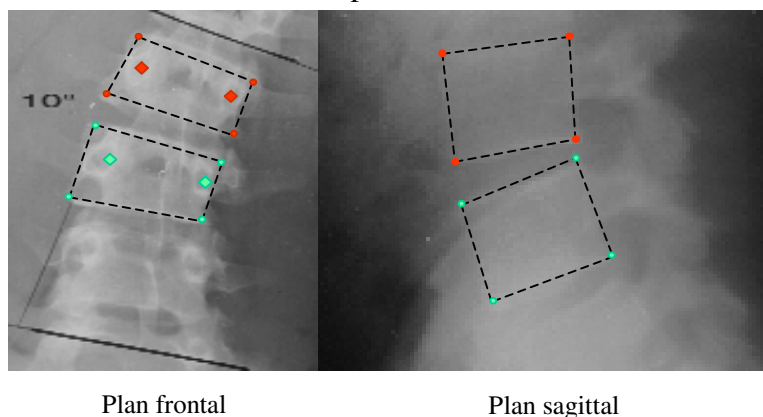


Photo II-1: Radiographie Frontale et latérale, points digitalisés.

A partir de ces point un modèle 3D de vertèbre est défini, figure II-2 :

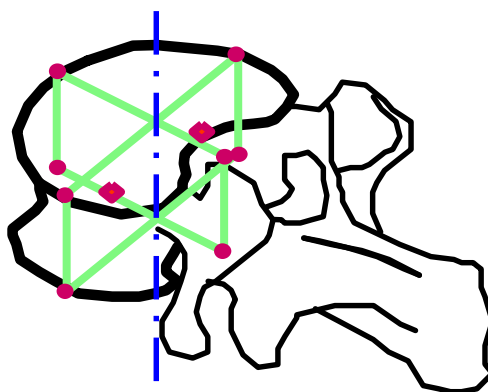


Figure II-2 : modèle vertébral

b. Mesure de forme 3D surfacique

Un balayage laser est effectué sur un objet et filmé par une caméra vidéo. L'image des déformations causées par l'objet sur la projection laser permet de recalculer, à l'aide du procédé de Moire, la forme surfacique tridimensionnelle de l'objet, Figure II-3. L'obtention de la forme du tronc nécessite quatre acquisitions faisant le tour du sujet. La surface est recalculée par un ordinateur et placée dans un repère lié au sujet R_{3DS} .

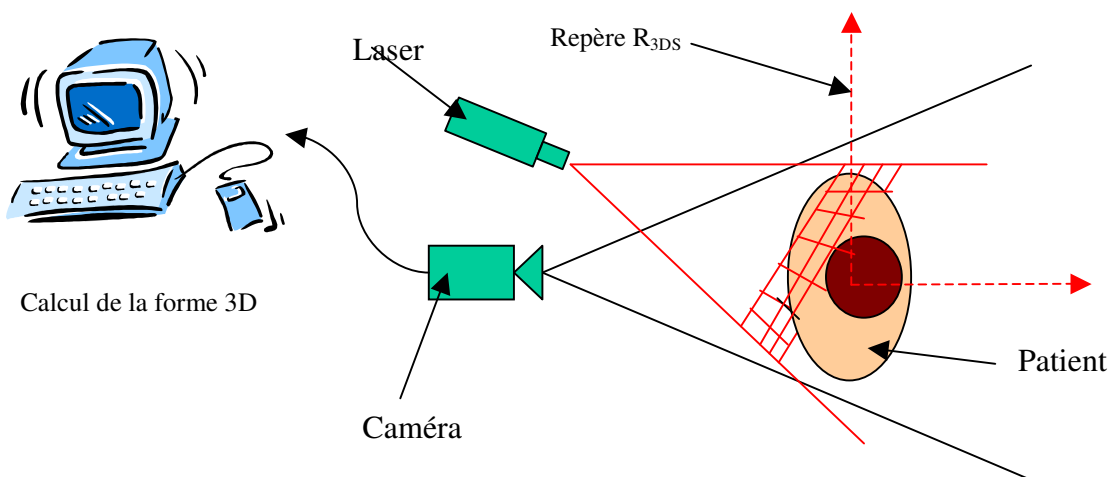


Figure II-3 : principe d'une acquisition de forme surfacique

c. Stabilométrie

Une plate-forme de force permet la localisation du centre de pression des pieds sur le sol. L'acquisition des différentes positions de ce point au cours du temps se fait à l'aide d'un micro-ordinateur. Un modèle en pendule inversé présenté dans la première partie de ce rapport permet de définir la position de la verticale de gravité, Figure II-4. Les mesures sont fournies dans un repère lié à la plate-forme de force.

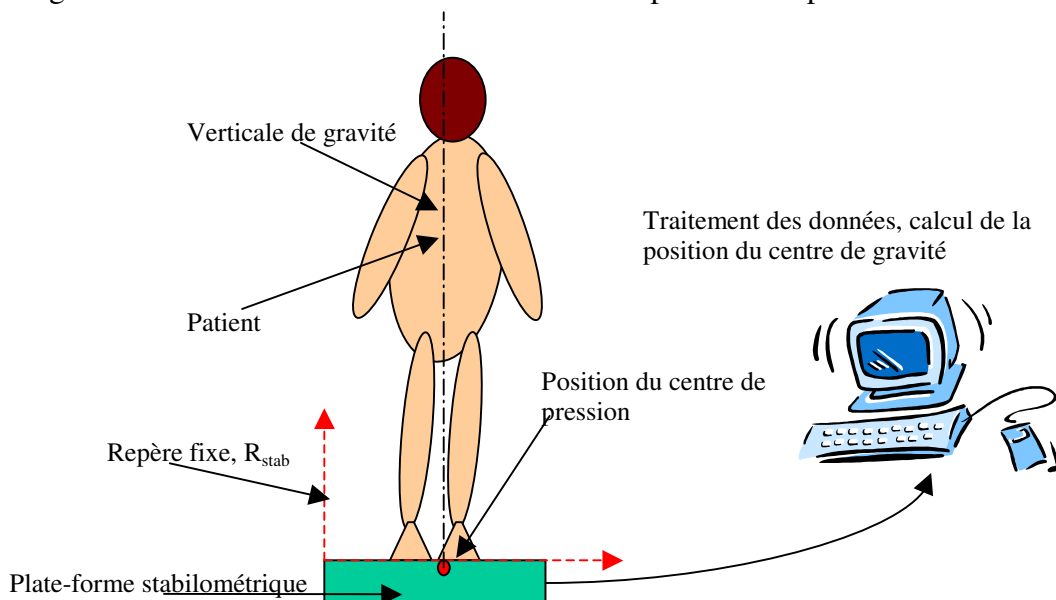


Figure II-4 : principe d'une mesure stabilométrique

2. Approche théorique de mise en relation des mesures

Les trois appareils cités précédemment fonctionnent dans des repères locaux propres à chacun : R_{rachis} , R_{3DS} , R_{stab} . L'idée est de trouver les relations qui permettent de passer d'un repère à l'autre pour effectuer des correspondances entre les différentes mesures. Pour cela il est nécessaire de :

- définir une métrique commune aux trois repères d'où la nécessité de calibrer les différents appareils.
- représenter physiquement ces repères de manière à ce qu'ils soient visibles, lors de l'acquisition des données, par chacun des trois appareils.

D'un point de vue pratique, il est préférable d'utiliser un même repère physique pour la radiographie et la mesure surfacique du tronc. La plate-forme de force quant à elle peut être localisée de manière précise dans un repère fixe lié aux deux autres appareils. Par exemple, elle peut être placée à une distance fixe de la plaque radiographique.

Remarque : Les repères physiques sont matérialisés par des marqueurs en plomb placés sur le patient et visibles à la fois sur les radiographies et sur la représentation surfacique du tronc. Ces repères sont localisés dans un repère fixe lié aux trois appareils et déterminé grâce au calibrage de ceux-ci.

3. Proposition de mode opératoire

La fidélité de la posture du sujet lors de l'acquisition avec les différents appareils impose l'utilisation d'un plateau tournant sur lequel est fixée la plate-forme stabilométrique et qui permet la rotation du sujet pour effectuer les différentes prises de vues nécessaires à la radiographie et à la reconnaissance de formes surfaciques.

Le mode opératoire proposé n'a rien d'exhaustif, il dépend de la configuration du matériel choisi, il peut être le suivant :

- Mise en place des marqueurs sur le sujet.
- Calibrage des différents appareils.
- Mise en place du sujet sur la plate-forme.
- Acquisition de la surface du tronc (plan frontal, vue de dos).
- Prise radiographique et stabilométrique simultanément (vue frontale).
- Rotation du patient 90°.
- Acquisition de la surface du tronc (plan sagittal, vue à droite)).
- Prise radiographique et stabilométrique simultanément (vue latérale).
- Rotation du patient 90°.
- Acquisition de la surface du tronc (plan frontal, vue de face).
- Rotation du patient 90°.
- Acquisition de la surface du tronc (plan sagittal, vue à gauche).
- Rotation du patient 90°.

III- Technique de calibrage des radiographies

Plusieurs méthodes de calibrage existent pour la stéréovision. La plus simple repose sur des hypothèses de projection et la construction d'un modèle. Une technique communément utilisée en étude d'analyse du mouvement est le DLT. Ces deux méthodes peuvent être appliquées au calibrage des radiographies mais comportent certains inconvénients. Une méthode d'auto-calibrage est alors développée et peut être appliquée dans certains contextes.

Les trois méthodes de calibrage sont présentées dans ce paragraphe, après avoir défini le contexte radiographique.

1. Définition et orientation des repères utilisés, principe de la reconstruction 3D

Au moment de la prise radiographique, le sujet est placé entre une source de rayons X et une cassette contenant le film radiographique. La figure II-5 représente la configuration adoptée. Ainsi, un repère R est associé au sujet radiographié. Les plans R_F et R_L sont les plans de projections correspondant aux vues frontale et latérale considérés perpendiculaires deux à deux du fait de la rotation à 90° du sujet.

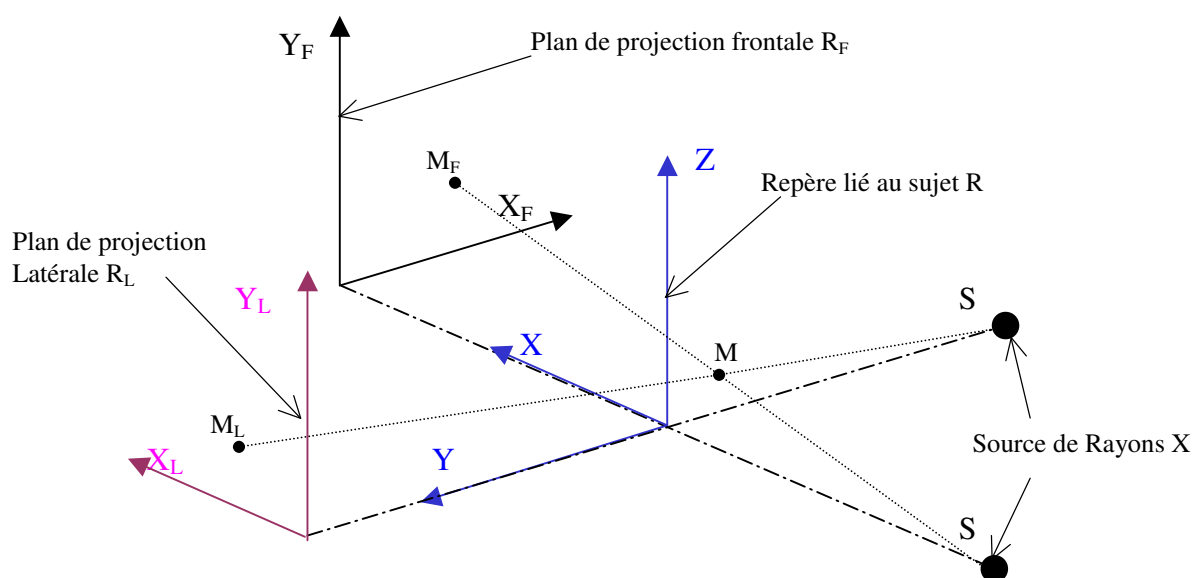


Figure II-5 : orientations respectives des repères utilisés

Le contexte radiographique étant défini, il est possible de formaliser les coordonnées spatiales x , y , z dans R d'un point M à partir des coordonnées x_F , y_F et x_L , y_L de ses projections M_F et M_L dans R_F et R_L . De plus, la coordonnée suivant Z de M

peut s'obtenir à partir des deux vues. Pour ne pas favoriser l'une par rapport à l'autre et dans le cas où une légère différence serait observée, la moyenne entre les deux valeurs obtenues est prise en compte. Les coordonnées de M dans R s'écrivent donc :

$$\begin{aligned}x &= x_L \\y &= -x_F \\z &= \frac{y_F + y_L}{2}\end{aligned}$$

2. Utilisation d'hypothèses

Cette méthode consiste à poser des hypothèses sur lesquelles un modèle géométrique est construit. Elle a été utilisée pour développer Rachis3D permettant la représentation géométrique tridimensionnelle du rachis à partir de deux radiographies dans les plans orthogonaux Frontal (noté avec un indice F) et latéral (noté avec un indice L). Ces hypothèses sont les suivantes :

- Les distances rachis-plaque sont constantes pour chaque projection radiographique. Ce qui revient à dire que le rachis est rectiligne et vertical par rapport à l'ensemble source/plaque.
- Dans la projection frontale, la distance rachis-plaque est négligeable devant la distance source-plaque.
- Le centre O du plateau inférieur de la vertèbre L5 (cf annexe 3) est projeté horizontalement par rapport à la source et définit les origines O_F et O_L des repères des projections radiographiques.

Considérant que la projection est conique, il découle de ces hypothèses une dilatation des distances entre les différents points considérés du rachis et le centre du plateau inférieur de la vertèbre L5. Cette dilatation peut alors être formalisée par les coefficients d'agrandissement en vue frontale K_F et en vue latérale K_L tels que :

$$\begin{aligned}K_F &= \frac{d(M, O)}{d(M_F, O_F)} = 1 \Rightarrow d(M, O) = d(M_F, O_F) \\K_L &= \frac{d(M, O)}{d(M_L, O_L)} = \frac{d(M_F, O_F)}{d(M_L, O_L)}\end{aligned}$$

Avec M_F et M_L les projections respectives d'un point M de l'espace représentant l'inconnu du système sur les vues frontale et latérale.

Ce type de calibrage s'avère être imprécis du fait des hypothèses retenues. Bien que suffisantes pour l'étude des paramètres scoliotiques liés à la forme de la colonne vertébrale, il n'est pas possible de faire correspondre correctement les données issues de la reconstruction du modèle tridimensionnel du rachis avec la mesure externe de la forme surfacique du tronc. Les erreurs de reconstruction 3D du rachis liées à cette méthode est de 9,7mm /**GOD 91**/

3. Le D.L.T.

La méthode DLT (Direct Linéar Transformation) dont le système a été formulé par Abdel-Aziz /**ABD 71**/ et résolu par Marzan /**MAR 75**/ est le formalisme le plus utilisé pour le calibrage en stéréovision. Il consiste à identifier des paramètres à partir de la position de marqueurs (objet de calibrage) projetés sur les vues à calibrer et dont les coordonnées spatiales sont connues. Les équations DLT sont alors les suivantes :

$$U + \Delta U = \frac{A \cdot X + B \cdot Y + C \cdot Z + D}{I \cdot X + J \cdot Y + K \cdot Z + 1}$$

$$V + \Delta V = \frac{E \cdot X + F \cdot Y + G \cdot Z + H}{I \cdot X + J \cdot Y + K \cdot Z + 1}$$

U, V, ΔU et ΔV sont les coordonnées et les erreurs projetées dans une vue d'un point M de coordonnées spatiales X, Y, Z.

A...K sont les paramètres DLT à identifier.

Ainsi le calcul de la position d'un objet dans l'espace à partir de deux vues de celui-ci sous incidences différentes est garanti dès lors qu'il se trouve à l'intérieur du volume défini par l'objet de calibrage.

Cette technique a été adaptée par Dansereau à l'usage de la reconstruction 3D de l'ensemble colonne vertébrale et cage thoracique /**DAN 88**/. Ainsi, une cabine dont les parois constituent l'objet de calibrage (cf. figure II-6) est utilisée.

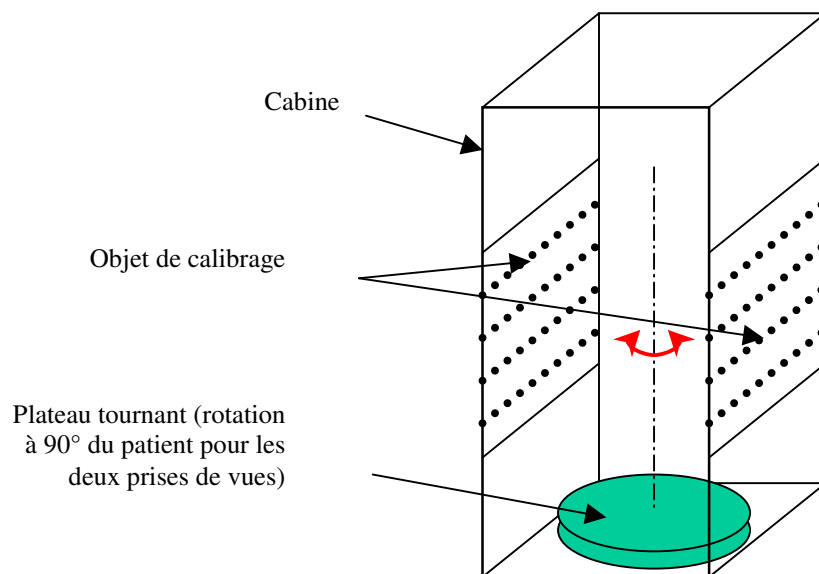


Figure II-6 : Dispositif de calibrage /**DAN 88**/

Cette technique donne des résultats satisfaisant, l'erreur de repositionnement 3D est de 1mm au maximum /**DAN 88**/. Cependant, elle n'a pas été retenue car elle comportait certains inconvénients /**CHE 99**/:

- L'objet n'est pas adapté à toutes les morphologies des patients (patients obèses).

- L'utilisation d'un tel objet de calibrage alourdit considérablement le travail des opérateurs en radiologie.
- Certains patients, contraints de se placer entre deux parois, ont une sensation de peur et sont indisposés.

Aux vues de ces considérations de nouveaux objets de calibrage ont été élaborés mais ils n'ont pas donné satisfaction. En effet, il s'agit d'objets portables intégrés à une ceinture placée sur le patient lors de la prise des radiographies. Ces objets ont été rejetés pour les raisons suivantes:

- Il ne permettent pas l'intégration complète du rachis dans le volume de calibrage amenant à des hypothèses non vérifiées sur la continuité des paramètres DLT à l'extérieur de ce volume.
- L'intensité des rayons X utilisée pour certains patients (patient obèses) est trop importante et entraîne que l'ensemble des marqueurs n'est pas visibles dans les deux vues radiographiques.

4. Méthode d'auto calibrage des radiographies par le biais de la position du centre de gravité

a. *Principe de la projection conique et du calibrage des radiographies*

Les radiographies utilisées correspondent à des projections coniques en vue Frontale et Latérale. En effet, l'importance des fréquences des rayons X est telle que l'incidence de ceux-ci n'est pas modifiée au changement de milieu optique que constitue le corps. De ce fait, un rayon émis par la source emprunte une trajectoire rectiligne jusqu'au film radiographique et, la source étant considérée ponctuelle, la projection est conique. La figure II-7 présente le principe de la projection conique en vue Frontale.

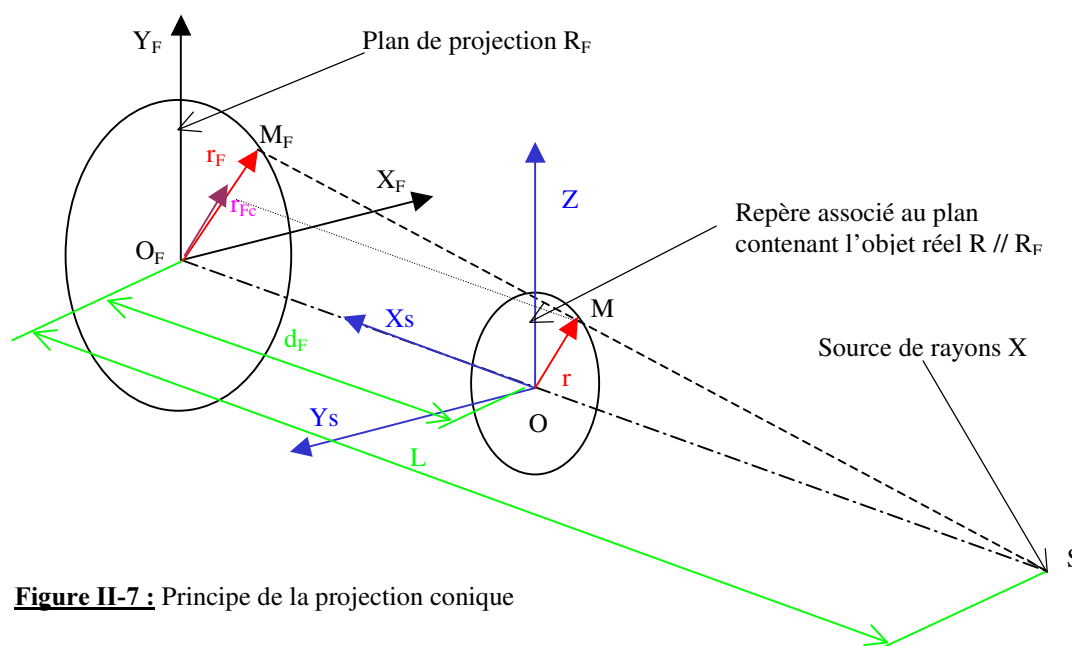


Figure II-7 : Principe de la projection conique

Avec L : distance source-plaque
 d_F : distance entre le point M et la plaque radiographique
 r : vecteur OM dans le repère R
 r_F : vecteur $O_F M_F$ projection conique de OM dans le repère R_F
 r_{Fc} : vecteur correspondant à la projection orthogonale de OM dans R_F
 et R_F parallèle à R.

Le théorème de Thalès permet donc d'écrire la relation suivante :

$$\frac{r_{Fc}}{r_F} = \frac{d_F}{L - d_F}$$

L'orientation des vecteurs r_F et r_{Fc} étant la même, il est possible de déduire les coordonnées x_{Fc} , y_{Fc} de r_{Fc} à partir des coordonnées x_F , y_F de r_F dans R_F :

$$x_{Fc} = \frac{d_F \cdot \sqrt{x_F^2 + y_F^2}}{L - d_F} \cdot \frac{x_F}{\sqrt{x_F^2 + y_F^2}}$$

$$y_{Fc} = \frac{d_F \cdot \sqrt{x_F^2 + y_F^2}}{L - d_F} \cdot \frac{y_F}{\sqrt{x_F^2 + y_F^2}}$$

c'est-à-dire :

$$x_{Fc} = \frac{d_F}{L - d_F} \cdot x_F$$

$$y_{Fc} = \frac{d_F}{L - d_F} \cdot y_F$$

De même si un raisonnement identique est appliqué à la vue latérale, on obtient :

$$x_{Lc} = \frac{d_L}{L - d_L} \cdot x_L$$

$$y_{Lc} = \frac{d_L}{L - d_L} \cdot y_L$$

Finalement, les radiographies frontale et latérale peuvent être calibrées si les distances L , d_F et d_L sont connues ainsi que les positions des projections O_F et O_L de la source S perpendiculairement aux plans de projection Frontal et Latéral afin de définir les origines des repères associés.

b. Mesure de L et positionnement de O_F et O_L

La source de rayons X utilisée dans le service de radiologie de l'Institut Calot coulisse sur des rails fixés au plafond. Ce dispositif permet de placer la source à la distance adéquate à la prise de radiographies pour chaque patient. Un mètre ruban solidaire de la tête d'émission permet de connaître la distance source-plaque L. Ainsi cette mesure peut être effectuée pour chaque radiographie. Il est à noter que cette distance reste la même pour la vue frontale et la vue latérale d'un même patient.

De plus, un dispositif intégré à la tête d'émission muni d'un projecteur et d'une cible permet de projeter horizontalement l'image de la cible sur la plaque radiographique dont le centre correspond à la projection de la source de rayons X. Il est alors possible de fixer à cet endroit un marqueur en plomb radio-opaque, visible sur la radiographie, définissant ainsi l'origine O_F et O_L des repères R_F et R_L . Ainsi on s'affranchit de l'hypothèse utilisée dans RACHIS3D qui est que le centre O du plateau inférieur de la vertèbre L5 (cf annexe 3) est projeté horizontalement par rapport à la source et définit les origines O_F et O_L des repères des projections radiographiques./**GOD 91**/.

c. Première estimation des distances Objet-Plaque d_F et d_L

La partie 1 de ce rapport a montré que la position du centre de gravité d'un sujet peut être mesurée à partir d'une plate-forme de force. Il est alors possible de déterminer la position de la verticale du sujet passant par le centre de gravité. Cette verticale permet d'approcher la position moyenne de la projection du rachis sur un plan horizontal puisqu'elle passe par l'épineuse de L3 et l'épineuse de C7 en vue frontale et au milieu de l'articulation coxo-fémorale et de l'acromion en vue latéral /**AFP 94**/.

De ce fait, en plaçant de manière précise une plate-forme de force par rapport à la plaque radiographique il est possible de déterminer la distance entre la plaque et la verticale de gravité lors des prises de vues et d'obtenir une première approximation des distances plaque-objet d_F et d_L .

d. Algorithme d'auto calibrage

La distance L est connue ainsi qu'une première estimation des distances Objet-Plaque d_F et d_L . On dispose des radiographies latérale et frontale du rachis d'un sujet sur lesquelles sont repérées O_F et O_L . Il est donc possible d'effectuer un premier calibrage des radiographies en considérant que d_F et d_L sont constants tout au long de la colonne vertébrale. Ce premier calibrage seul n'est pas satisfaisant.

Le processus d'auto calibrage, illustré par la figure II-8, est itératif. Le paramètre $d_F[i+1]$ en vue frontale, respectivement $d_L[i+1]$ en vue latérale, est déterminé à partir de la valeur initiale $d_F[0]$, respectivement $d_L[0]$, et la coordonnée horizontale $x_L[i]$ dans le plan de projection latéral, respectivement $x_F[i]$. Autrement dit, les données d'une vue renseignent sur les paramètres de calibrage de l'autre vue.

Les itérations sont répétées jusqu'à avoir une différence entre deux itérations inférieures à 0,2mm correspondant à la précision de numérisation des radiographies. Ce seuil peut être diminué en fonction de la précision de numérisation puisque la suite définie par la différence entre deux itérations converge vers 0.

Cet algorithme a été implanté dans le logiciel RACHIS3D.

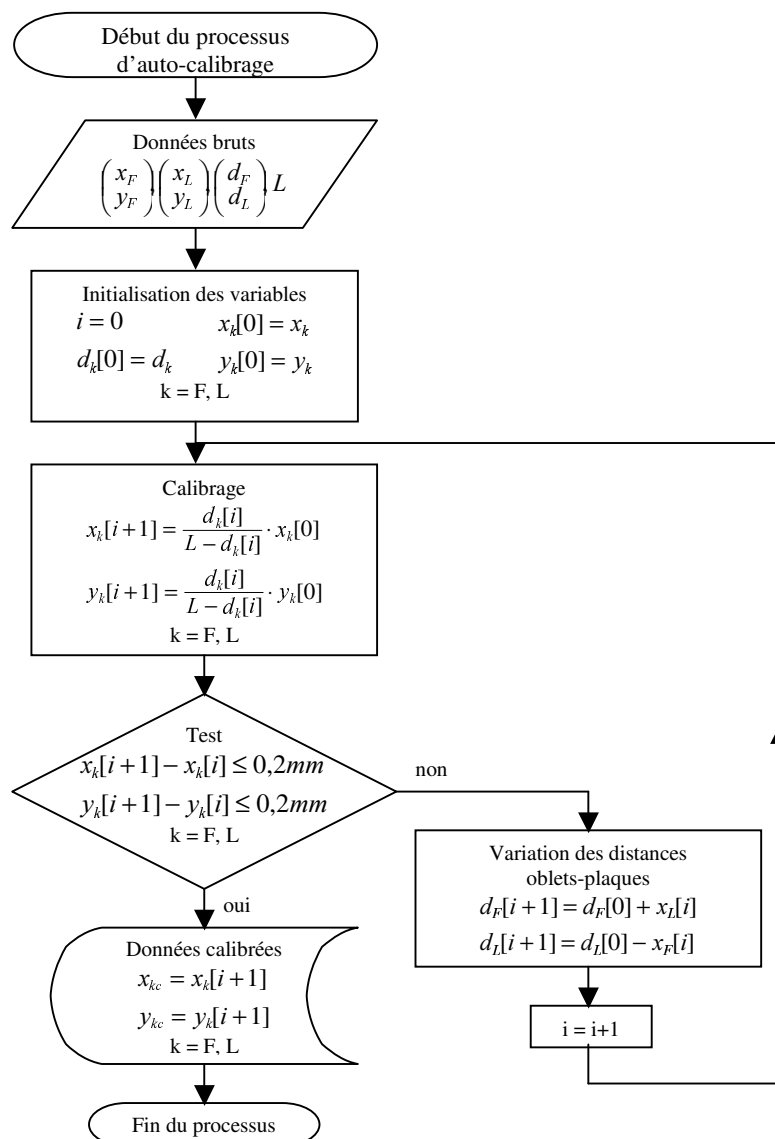


Figure II-8 : Algorithme du processus d'auto-calibrage

IV- Evaluation

Les principales étapes susceptibles de provoquer des erreurs dans le processus de reconstruction 3D du modèle rachidien sont décrites figure II-9. On constate alors que ces erreurs peuvent être dues aux opérateurs humains mais aussi aux traitements des données.

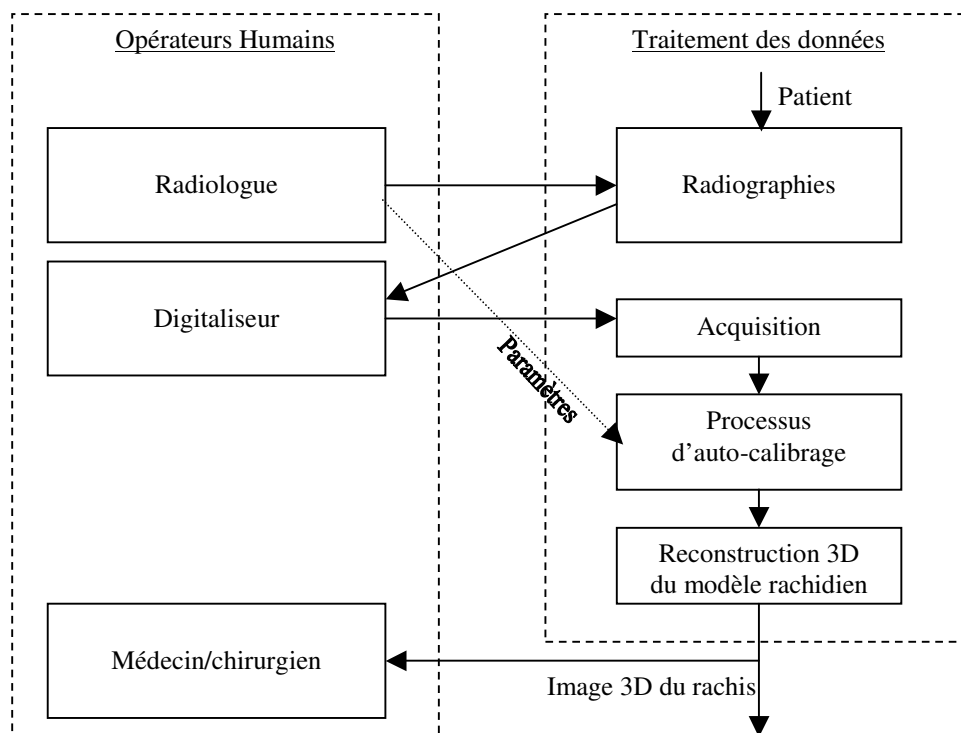


Figure II-9 : phases susceptibles d'introduire des erreurs dans le processus de reconstruction 3D du rachis.

Dans ce paragraphe, seule l'évaluation du processus d'auto calibrage est abordée. En effet, l'évaluation des autres phases a fait l'objet d'une étude antérieure dans le cadre de la thèse d'Anne-Pascale Godillon /**GOD 91**/.

1. Principe de l'évaluation

Afin d'évaluer le processus d'auto calibrage on utilise un objet théorique constitué de vertèbres modélisées dans l'espace et projeté coniquement sur deux plans correspondants aux vues latérale et frontale. En fixant la valeur initiale de d_F et d_L comme étant les valeurs moyennes respectives des distances de chaque vertèbre par rapport aux plans de projections, il est possible d'appliquer l'algorithme d'auto calibrage aux points projetés dans les plans frontal et latéral. On obtient alors des projections latérale et frontale calibrées à partir desquelles est reconstruite la forme 3D.

Enfin, en comparant les coordonnées des points obtenus après reconstruction avec les coordonnées initiales des points de l'objet théorique, on peut évaluer la précision du processus de calibrage.

2. Objet théorique simulé et choix des différents paramètres

L'objet théorique utilisé correspond à trois vertèbres modélisées placées de tel sorte que la moyenne des coordonnées des centres vertébraux soit l'origine O du repère R (cf. figure II-10).

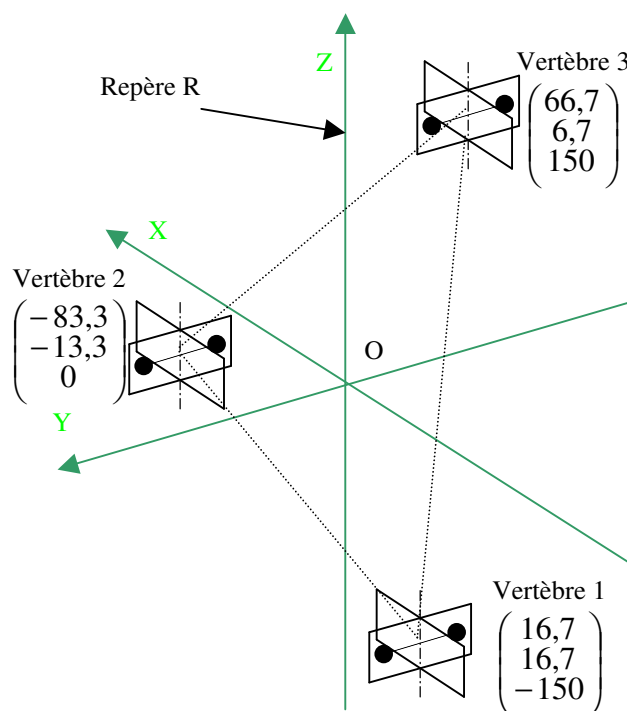


Figure II-10 : Objet théorique simulé
coordonnées des centres vertébraux dans R (mm)

Les distances plaques-objet d_F et d_L initiales sont choisies égales à 400mm étant donné que cette valeur est plausible en condition réelle. Les manipulateurs placent la source de rayons X à une distance de la plaque variant de 1850mm à 2250mm suivant le sujet, la distance source-plaque L est donc choisie égale à 2000mm.

Il est à noter que la source et l'origine O du repère R sont placées sur la même horizontale. De ce fait, les projections O_F et O_L de O sur les plans frontal et latéral sont orthogonales et définissent les origines des repère R_F et R_L .

L'objet théorique étant défini, les valeurs des différents paramètres étant posées, la simulation de l'algorithme d'auto calibrage peut être effectuée permettant ainsi son évaluation.

3. Résultats

La figure II-11 présente les points correspondants aux projections de l'objet théorique dans les plans frontal et latéral ainsi que leurs points homologues après traitement par l'algorithme d'auto calibrage. On peut remarquer à quel point la dilatation des données brutes est importante.

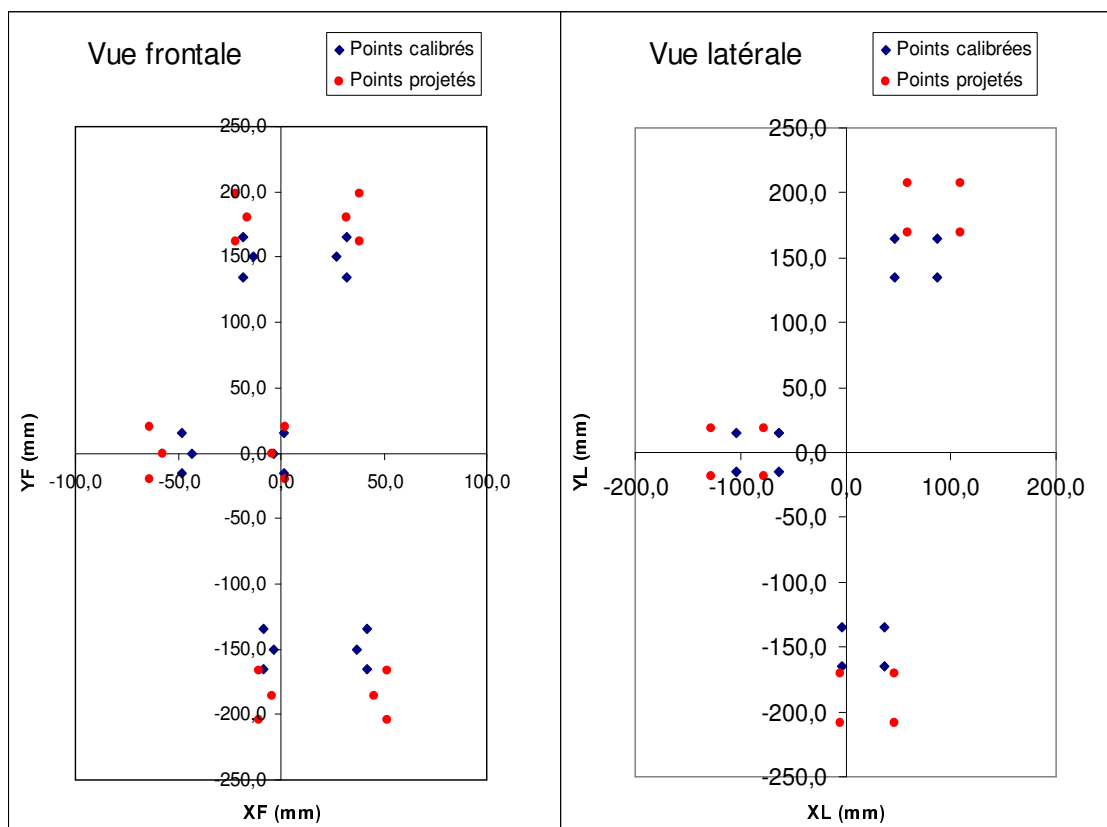


Figure II-11 : données brutes et données calibrées dans les plans frontal et latéral

Il est intéressant de remarquer que l'algorithme d'auto calibrage a réalisé 3 itérations avant de s'arrêter, la figure II-12 montre l'évolution du paramètre de test d'arrêt de l'algorithme.

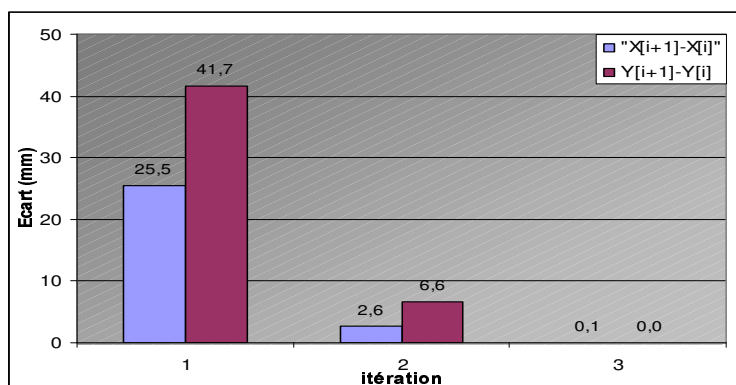


Figure II-12 : Evolution du paramètre de test de sortie de l'algorithme

Afin d'évaluer l'évolution de la précision du processus d'auto calibrage, la reconstruction 3D des vertèbres est effectuée à chaque itération (cf. figure II-13). La précision obtenue à la troisième itération est donc de l'ordre de 0,1mm. Cette précision est tout à fait satisfaisante car elle est inférieure à la précision de la digitalisation 0,2mm. De plus les études utilisant la méthode DLT font état d'une précision de reconstruction 3D de l'ordre de 1mm /**DAN 88/ /CHE 99/**.

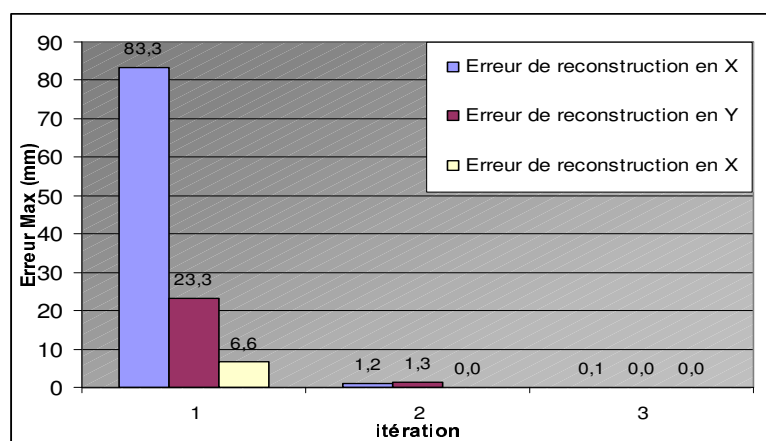


Figure II-13 : Evolution de l'erreur de reconstruction 3D

La précision de l'algorithme de calibrage étant établie en tant que telle, il convient d'évaluer les erreurs « humaines » dues à une mauvaise mesure sur le dispositif radiographique des paramètres d'auto calibrage. Pour ce faire, des incertitudes Δd et ΔL , choisies critiques par rapport aux incertitudes possibles en situation réelle, ont été introduites sur les paramètres d_F , d_L et L . Le tableau I-1 donne les erreurs de reconstructions suivant les différentes combinaisons de Δd et ΔL .

	Erreurs de reconstruction 3D		
	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)
$\Delta d=10$ et $\Delta L=0$	0,6	0,3	1
$\Delta d=-10$ et $\Delta L=0$	0,6	0,3	1
$\Delta d=0$ et $\Delta L=20$	0,3	0,1	0,4
$\Delta d=0$ et $\Delta L=-20$	0,2	0,2	0,4
$\Delta d=10$ et $\Delta L=20$	0,4	0,2	0,7
$\Delta d=-10$ et $\Delta L=20$	0,9	0,4	1,4
$\Delta d=10$ et $\Delta L=-20$	0,9	0,5	1,5
$\Delta d=-10$ et $\Delta L=-20$	0,4	0,2	0,7

Tableau I-1 : Erreurs de reconstructions entraînées par l'incertitude des paramètres d'auto calibrage

Ces valeurs sont satisfaisantes. Les erreurs les plus importantes sont obtenues dans les cas les plus critiques, c'est-à-dire de 1,5mm en z pour des incertitudes $\Delta d=10$ mm et $\Delta L=-20$ mm. Une attention toute particulière doit être adoptée par les manipulateurs lors de la mesure des paramètres afin de limiter au maximum leurs incertitudes.

V- Conclusion de la partie 2

Un processus d'auto calibrage des radiographies basé sur la connaissance de la position du centre de gravité de l'individu dans le contexte radiographique est élaboré.

Il consiste dans un premier temps à approximer les distances séparant le rachis de la plaque radiographique en vue frontale et latérale par la distance séparant la verticale de gravité de ces mêmes vues. Une première itération du processus d'auto calibrage peut alors être effectuée. Les itérations suivantes utilisent cette même distance en la faisant varier à chaque étage de la colonne vertébrale à l'aide des données obtenues à l'itération précédente. L'arrêt du processus se faisant lorsque les coordonnées des points de chaque vue ne diffèrent plus significativement de leurs points homologues à l'itération précédente.

L'incertitude de l'algorithme d'auto calibrage après reconstruction 3D est de l'ordre de 0,1mm. Celle-ci peut alors être considérée comme nulle puisqu'elle est inférieure à la précision du dispositif de digitalisation des radiographies. De plus, il convient de souligner la bonne performance de cet algorithme face aux autres méthodes de calibrage. En effet, Dansereau fait état d'une précision de l'ordre du millimètres concernant la méthode DLT /**DAN 88**/.

Des erreurs, dues aux incertitudes de mesures des paramètres d'auto calibrage par l'opérateur de radiologie, ont été également évaluées. Elles sont de l'ordre de 1,5mm dans des cas considérés critiques. Ces erreurs permettent de souligner l'attention particulière que doivent porter les opérateurs aux mesures lors des prises de vues radiographiques.

Il est maintenant possible de faire correspondre le rachis ainsi modélisé avec la mesure externe de la surface du tronc puisqu'ils ont tout deux des dimensions équivalentes. Des études visant à connaître les relations de positions respectives du tronc et de la colonne vertébrale pourront être réalisées afin d'améliorer les traitements en pathologie rachidiennes.

Conclusion générale

Les résultats essentiels des travaux présentés dans ce mémoire se situent à la fois au niveau de la détermination de la variable biomécanique qu'est le centre de gravité mais aussi au niveau de l'amélioration de l'outil d'aide au chirurgien qu'est Rachis3D.

Ainsi, un nouveau modèle dynamique du centre de gravité a été élaboré en modélisant l'homme en posture orthostatique par un pendule inversé articulé aux chevilles. Il permet la localisation spatiale du centre de gravité alors que les modèles déjà existants ne proposaient que les positions dans le plan horizontal. Un avantage considérable de ce nouveau modèle est aussi que la position du centre de gravité peut être connue en temps réel. Cette particularité lui confère la possibilité d'être utilisé pour des applications thérapeutiques en proposant des outils de rééducation avec retour de l'information de position du centre de gravité au patient.

D'autre part, tirant partie des connaissances acquises sur le positionnement du centre de gravité et en les appliquant dans un contexte de prise de vue radiographique, une nouvelle méthode d'auto calibrage des radiographies a été élaborée. Celle-ci s'avère être moins contraignante à la fois du point de vue du manipulateur de radiologie mais aussi pour le patient radiographié. Cette étude a permis l'amélioration de l'outil d'aide au chirurgien Rachis3D et autorise la mise en relation d'un modèle géométrique tridimensionnel du rachis avec la mesure externe de la forme surfacique du tronc puisque leurs dimensions sont maintenant équivalentes.

Les perspectives de ces travaux sont multiples. Dans un premier temps il serait intéressant de faire évoluer le modèle dynamique du centre de gravité en modélisant l'homme par un double pendule inversé articulé aux chevilles et à la hanche et dont le pendule inférieur serait de forme trapézoïdale articulé à chaque sommet représentant les membres inférieurs. Cette évolution permettrait l'étude des contributions des actions des chevilles et de la hanche au contrôle de la posture orthostatique. De plus, il serait intéressant de réaliser des études visant à définir les relations de positions respective du tronc, de la colonne vertébrale et du centre de gravité puisque celles-ci ne sont pas encore formalisées. L'étude approfondie de la posture des sujets scoliotiques pourra alors avoir lieu.

Bibliographie personnelle

Congrès internationaux

Barbier, F., Guelton, K., Colobert, B., Armand, S., Gillet C., Caron, O., Allard, P.
Estimation of the center of mass displacement in quiet standing by means of a 3D biomechanical model.

Sixth International Symposium on 3-D Analysis of Human Movement. Cape Town, South Africa, p.5 –p. 8, Mai 2000.

Colobert, B., Armand, S., Barbier, F., Guelton, K., Gillet, C., Caron, O. Allard, P.
A 3D Model for the Estimation of the Center of Mass Displacement in Orthostatique Posture.

Congrès conjoint de la Société de Biomécanique et de la Société Canadienne de Biomécanique. Montréal, Canada, p. 206, Août 2000.

Congrès nationaux

Colobert, B., Armand, S., Guelton, K., Allard, P et Barbier, F.

Variation de la hauteur du centre de masse et son influence sur les angles caractérisant son déplacement dans l'espace.

ACFAS. Montréal, Canada, p. 43, Janvier, 2000.

Guelton, K.

Modèle dynamique tridimensionnel pour le calcul du centre de gravité de l'homme en posture orthostatique.

Deuxième symposium étudiant sur la biomécanique et la physiologie des APS. Valenciennes, p.15, Mai 2000.

Revue

Barbier, F., Allard, P., Guelton, K., Colobert, B.

Estimation of the 3D center of mass excursion from force plate data during standing.

Soumis à Mechanical & Biological Engineering & computing.

Bibliographie

/ABD 71/

Abdel-Aziz, Y.I., Karara, H.M.

Direct Linear Transformation from comparator coordinates into object space coordinates in close-range photogrammetry.

Proceedings of the ASP/UI Symposium on Close-Range Photogrammetry, Urbana, Illinois, USA, January 1971

/ALL 89/

Allard, P., Blanche, J.P.

Analyse du mouvement humain par la biomécanique.

Décarie éditeur, 1989

/AFP 94/

Association Française de Posturologie.

Huit leçons de posturologie, leçons 1, 2, 3, 4 et 6.

Edité par l'AFP, 1994.

/BAR 94/

Barbier F., Loslever P. and Angué J.C.

Méthode informatisée de mesure et d'analyse des forces de réaction et des angles articulaires de la marche normale.

Innovation et Technologie en Biologie et Médecine 15, 449-462, 1994.

/BEN 94/

Benda, B.J., Riley, P.O. and Krebs, D.E.

Biomechanical relationship between center of gravity and center of pressure during standing.

IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering 2, 3-10, 1994.

/BRE 96/

Brenière, Y.

Why we walk the way we do?.

J. Mot. Behav. 28, 291-298, 1996.

/CHE 99/

Cheriet, F., Dansereau, J., Petit, Y., Aubin, C.-E., Labelle, H., De Guise, J.A.

Towards the self-calibration of a multiview radiographic imaging system for the 3D reconstruction of the human spine and rib cage.

International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence. Vol. 13 No. 5, 761-779, 1999.

/DAN 88/

Dansereau, J., Stokes, I.A.F.

Measurements of the three-dimensional shape of the rib cage.

J. of B. 21: 893-901, 1988.

/DEM 56/

Dempster, W.T.

Space requirements of the seated operator : Géometrical, kinematic and mechanical aspects of the body, with special reference to the limbs.

Wright Air Development Center Technical Report, 1956.

/CAR 97/

Caron, O.

Relation d'amplitude entre centre de gravité et centre de pressions en fonction de la fréquence pour estimer la performance en posturologie

Thèse de Doctorat de l'université de Grenoble, 1997.

/CAR 97/

Caron, O., Faure, B. and Brenière, Y.

Estimation of the center of gravity of the body on the basis of the center of pressure in standing posture.

J. of Biomech. 30, 1169-1172. 1997

/GOD 91/

Godillon, A.P.

Modélisation géométrique et cinématique 3D du rachis scoliotique pour la réalisation d'un outil d'aide au médecin.

Thèse de Doctorat de l'université de Valenciennes, 62-67, 107, 12. 1991.

/GUR 72/

Gurfinkel, V.S., Osovets, M.

Dynamics of equilibrium of the vertical posture in man.

Biophysics, 1972

/LEV 96/

Levin, O. and Mizrahi, J.

An iterative model for the estimation of the center of gravity from bilateral reactive force measurements in standing posture.

Gait and Posture 4, 89-99, 1996.

/NAS 71/

Nashner, L.M.

A model describing vestibular detection of body sway motion.

VI- Conclusion Acta Oto-Laryngology, 1971.

/MAR 75/

Marzan, G.T., Karama, H.M.

A computer program for direct linear transformation solution of the colinearity condition and some applications of it.

Symposium on Close-Range Photogrammetric Systems, pp. 420-476. American Society of Photogrammetry, Falls, Church, 1975.

/MCI 97/

McIlroy, W.E. and Maki, B.E.

Preferred placement of the feet during quiet stance: development of a standardized foot placement for the balancing test.

Clinical Biomechanics 12, 66-70, 1997.

/MOR 99/

Morasso, P.G., Spada, G. and Capra, R.

Computing the COM from the COP in postural sway movement.

Human Movement Science 18, 759-767, 1999.

/PER 79/

Perdriolle, R.

La scoliose. Son etude tridimensionnelle.

Ed Maloine SA, Paris, 1979.

/SHI 84/

Shimba, T.

An Estimation of Center of Gravity from Force Platform Data.

J. Biomechanics 17, 53-60, 1984.

/WIN 96/

Winter, D.A., Prince, F., Frank, J.S., Powell, C., Zabjek, K.F.

Unified theory regarding A/P and M/L balance in quiet stance.

Journal of Neurophysiology, 1996.

/WIN 87/

Winter, D.A.

Sagittal plane balance and posture in human walking.

IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine 6, 8-11, 1987.

/WIN 90/

Winter, D.A.

Biomechanics and motor control of human movement.

Ed. John Wiley and Sons, 277p, 1990.

/ZAT 98/

Zatsiorsky, V. and King, D.L.

An algorithm for determining gravity line location from posturographic recordings.

J of B 31:16, 161-164, 1998.

Annexes

Annexe 1 :

TABLES ANTHROPOMETRIQUES	39
--------------------------------	----

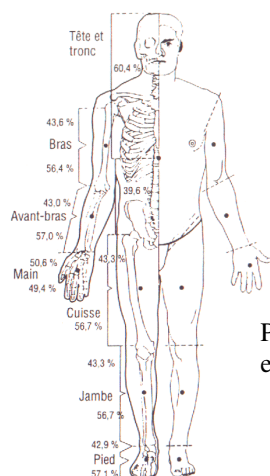
Annexe 2 :

DEMONSTRATION COMPLETE DU MODELE TRIDIMENSIONNEL LAMIH	40
--	----

Annexe 3 :

DESCRIPTION DU RACHIS	47
-----------------------------	----

Annexes 1 : Tables anthropométriques



Position des centres de masse segmentaire exprimée en pourcentage de la longueur du segment

Centres de masse segmentaire adaptés de Winter (1990)

Membre	Segment	Masse seg./ masse corp.	Distance du CM/longueur du segment	
			Proximale	Distale
Main	Poignet/2 ^e articulation du majeur	0,006	0,506	0,494
Avant-bras	Coude/poignet	0,016	0,430	0,570
Bras	Épaule/coude	0,028	0,436	0,564
Membre supérieur	Épaule/poignet	0,050	0,530	0,470
Pied	Malléole lat./MTP II	0,0145	0,500	0,500
Jambe	Genou/malléole méd.	0,0465	0,433	0,567
Cuisse	Hanche/genou	0,100	0,433	0,567
Membre inférieur	Hanche/malléole méd.	0,161	0,447	0,553

Rayons de giration des segments corporels (d'après Winters, 1990).

Segments	Masse segmentaire/ masse corporelle	Rayon de giration/longueur du segment		
		Centre de masse	Proximal	Distal
Main	0,006	0,297	0,587	0,577
Avant-bras	0,016	0,303	0,526	0,647
Bras	0,028	0,322	0,542	0,645
Membre supérieur	0,050	0,368	0,645	0,596
Pied	0,0145	0,475	0,690	0,690
Jambe	0,0465	0,302	0,528	0,643
Cuisse	0,100	0,323	0,540	0,653
Membre inférieur	0,161	0,326	0,560	0,650

Annexe 2

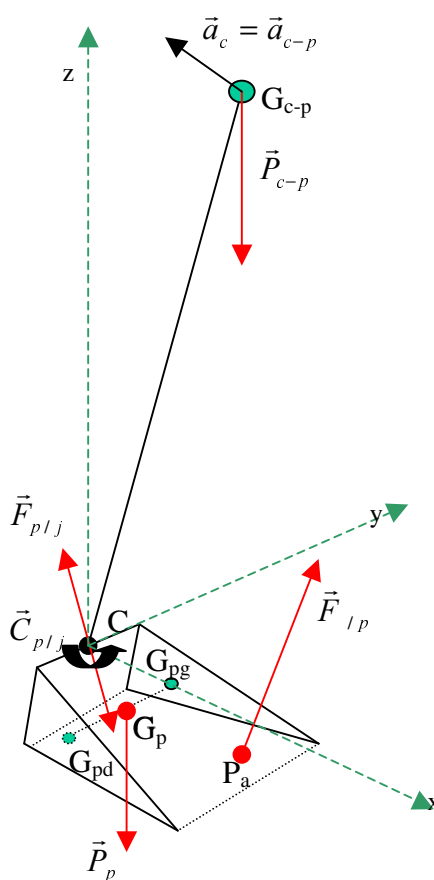
Pendule inversé

Application au calcul du centre de gravité pour un sujet en posture orthostatique

Modèle

L'homme en posture orthostatique est modélisé par un pendule inversé articulé aux centre des chevilles. Deux sous ensembles matériel peuvent alors être considérés :

- Les Pieds :
Considérés immobiles, ils seront représentés par le centre de gravité de l'ensemble des deux pieds.
Bilan des forces extérieures :
 - $\vec{F}_{s/p}$, résultante des forces de pression du sol sur les pieds dont les variations du point d'application permet de définir le statokinésigramme du centre de pression.
 - $\vec{P}_p$, poids des pieds, point d'application en G_p . Sa norme ainsi que sont point d'application seront déterminés à partir des tables anthropométriques (DEMPSTER, 95).
 - $\vec{F}_{j/p}$, réaction des jambes sur les pieds, point d'application supposé en C (point d'articulation du pendule inversé mais aussi centre des chevilles).
- Le corps sans les pieds :
Représenté ici par un pendule inversé articulé aux chevilles, de rayon r déterminé par anthropométrie (ou par la méthode de la planche). Le corps est mobile et sera représenté par son centre de gravité G_{c-p} .



Détermination des coordonnées du centre de gravité

1- Calcul du couple en C

a) On isole les pieds

$$\vec{C}_{j/p} + \vec{M}_{\vec{F}_{p/j},C} + \vec{M}_{\vec{P}_p,C} + \vec{M}_{\vec{F}_{j/p},C} = \vec{\delta}_{pieds,C}$$

Or les pieds sont supposés immobiles donc $\vec{\delta}_{pieds,C} = \vec{0}$

De plus, $\vec{M}_{\vec{F}_{j/p},C} = \vec{0}$ car C est le point d'application de $\vec{F}_{j/p}$

Finalement :

$$\vec{C}_{j/p} = -(\vec{M}_{\vec{F}_{p/j},C} + \vec{M}_{\vec{P}_p,C})$$

b) On isole le corps

$$\vec{C}_{p/j} + \vec{M}_{\vec{F}_{p/j},C} + \vec{M}_{\vec{P}_{c-p},C} = \vec{\delta}_{corps,C}$$

Avec $\vec{M}_{\vec{F}_{p/j},C} = \vec{0}$ car C est le point d'application de $\vec{F}_{p/j}$

$$\vec{C}_{p/j} + \vec{M}_{\vec{P}_{c-p},C} = C\vec{G}_{p-c} \Lambda m_{c-p} \cdot \vec{a}_{c-p}$$

Or : $m_{c-p} \cdot \vec{a}_{c-p} = m_{c-p} \cdot \vec{a}_c$ car les pieds sont immobiles

$$m_{c-p} \cdot \vec{a}_{c-p} = (m_c - m_p) \cdot \vec{a}_c$$

$$m_{c-p} \cdot \vec{a}_{c-p} = (1 - K) \cdot m_c \cdot \vec{a}_c$$

avec K, constante anthropométrique donnant le poids des pieds en fonction du poids total du corps.

De plus $m_c \cdot \vec{a}_c = \vec{F}_{s/p} + \vec{P}_c$

Donc finalement :

$$\vec{C}_{p/j} + C\vec{G}_{p-c} \Lambda \vec{P}_{c-p} - C\vec{G}_{p-c} \Lambda (1 - K) \cdot (\vec{F}_{s/p} + \vec{P}_c) = \vec{0}$$

On pose :

$$\vec{C}_{p/j} = \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix}, C\vec{G}_{p-c} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \vec{P}_{c-p} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_{c-p} \end{bmatrix}, \vec{P}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_c \end{bmatrix}, \vec{F}_{s/p} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}$$

on a donc :

$$\begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \Lambda \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_{c-p} \end{bmatrix} - (1 - K) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \Lambda \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z + P_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

C'est-à-dire :

$$\begin{cases} C_x + y \cdot P_{c-p} - (1-K) \cdot [y \cdot (F_z + P_c) - z \cdot F_y] = 0 \\ C_y - x \cdot P_{c-p} - (1-K) \cdot [z \cdot F_x - x \cdot (F_z + P_c)] = 0 \\ C_z - (1-K) \cdot [x \cdot F_y - y \cdot F_x] = 0 \end{cases}$$

ou encore :

$$\begin{cases} C_x - [(1-K) \cdot (F_z + P_c) - P_{c-p}] \cdot y + (1-K) \cdot F_y \cdot z = 0 \\ C_y + [(1-K) \cdot (F_z + P_c) - P_{c-p}] \cdot x - (1-K) \cdot F_x \cdot z = 0 \\ C_z - (1-K) \cdot F_y \cdot x + (1-K) \cdot F_x \cdot y = 0 \end{cases}$$

or :

$$\begin{aligned} (1-K) \cdot (F_z + P_c) - P_{c-p} &= (1-K) \cdot F_z + (1-K) \cdot P_c - P_{c-p} \\ &= (1-K) \cdot F_z + P_{c-p} - P_{c-p} \\ &= (1-K) \cdot F_z \end{aligned}$$

donc :

$$\begin{cases} C_x - (1-K) \cdot F_z \cdot y + (1-K) \cdot F_y \cdot z = 0 \\ C_y + (1-K) \cdot F_z \cdot x - (1-K) \cdot F_x \cdot z = 0 \\ C_z - (1-K) \cdot F_y \cdot x + (1-K) \cdot F_x \cdot y = 0 \end{cases}$$

On pose :

$$\vec{C}'_{plj} = \begin{bmatrix} C'_x \\ C'_y \\ C'_z \end{bmatrix} = \frac{1}{1-K} \cdot \vec{C}_{plj}$$

D'où finalement :

$$\begin{cases} C'_x - F_z \cdot y + F_y \cdot z = 0 \\ C'_y + F_z \cdot x - F_x \cdot z = 0 \\ C'_z - F_y \cdot x + F_x \cdot y = 0 \end{cases} \quad (S)$$

2- Résolution du système d'équations

Le système d'équations admet une matrice des coefficients dont le déterminant est nul. Par conséquent au moins deux de ses équations sont liées et il admet une infinité de solutions. Pour le résoudre il est donc nécessaire d'ajouter une contrainte sur les variables. Or, dans le cas du pendule inversé, le centre de gravité du modèle ne peut se trouver que sur une calotte sphérique. La contrainte suivante est alors choisie :

$$x^2 + y^2 + z^2 - r^2 = 0 \quad (s)$$

qui est l'équation de la sphère de rayon r centrée en C.

a) Calcul de x par substitution de y et z dans (s)

(S) peut s'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} C'_x - F_z \cdot y + F_y \cdot z = 0 \\ z = \frac{C'_y}{F_x} + \frac{F_z}{F_x} \cdot x \\ y = -\frac{C'_z}{F_x} + \frac{F_y}{F_x} \cdot x \end{array} \right\} \text{ sous la contrainte (s)}$$

on substitue z et y dans (s) :

$$x^2 + \left(-\frac{C'_z}{F_x} + \frac{F_y}{F_x} \cdot x\right)^2 + \left(\frac{C'_y}{F_x} + \frac{F_z}{F_x} \cdot x\right)^2 - r^2 = 0$$

En multipliant le 1^{er} et le 2nd membre par F_x^2 on obtient :

$$F_x^2 \cdot x^2 + F_y^2 \cdot x^2 + F_z^2 \cdot x^2 + 2 \cdot C'_y \cdot F_z \cdot x - 2 \cdot C'_z \cdot F_y \cdot x + C_y'^2 + C_z'^2 - F_x^2 \cdot r^2$$

c'est-à-dire :

$$\left|\vec{F}_{s/p}\right|^2 \cdot x^2 + 2 \cdot (C'_y \cdot F_z - C'_z \cdot F_y) \cdot x + (C_y'^2 + C_z'^2 - F_x^2 \cdot r^2)$$

Equation du second degré dont le déterminant est :

$$\Delta_x = 4 \cdot (C'_y \cdot F_z - C'_z \cdot F_y)^2 - 4 \cdot \left|\vec{F}_{s/p}\right|^2 \cdot (C_y'^2 + C_z'^2 - F_x^2 \cdot r^2)$$

et dont les solutions sont :

$$x_{1,2} = \frac{C'_z \cdot F_y - C'_y \cdot F_z \pm \sqrt{\frac{\Delta_x}{4}}}{\left|\vec{F}_{s/p}\right|^2}$$

Remarque : la solution à rejeter est celle qui, par substitution de x dans l'équation donnant z en fonction de x, fournira un résultat négatif de z.

b) Calcul de y par substitution de x et z dans (s)

(S) peut s'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} z = -\frac{C'_x}{F_y} + \frac{F_z}{F_y} \cdot y \\ C'_y + F_z \cdot x - F_x \cdot z = 0 \\ x = \frac{C'_z}{F_y} + \frac{F_x}{F_y} \cdot y \end{array} \right\} \text{ sous la contrainte (s)}$$

on substitue z et y dans (s) :

$$\left(\frac{C'_z}{F_y} + \frac{F_x}{F_y} \cdot y\right)^2 + y^2 + \left(-\frac{C'_x}{F_y} + \frac{F_z}{F_y} \cdot y\right)^2 - r^2 = 0$$

En multipliant le 1^{er} et le 2nd membre par F_y^2 on obtient :

$$F_x^2 \cdot y^2 + F_y^2 \cdot y^2 + F_z^2 \cdot y^2 + 2 \cdot C'_z \cdot F_x \cdot y - 2 \cdot C'_x \cdot F_z \cdot y + C_x'^2 + C_z'^2 - F_y^2 \cdot r^2$$

c'est-à-dire :

$$\left|\vec{F}_{s/p}\right|^2 \cdot y^2 + 2 \cdot (C'_z \cdot F_x - C'_x \cdot F_z) \cdot y + (C_x'^2 + C_z'^2 - F_y^2 \cdot r^2)$$

Equation du second degré dont le déterminant est :

$$\Delta_y = 4 \cdot (C'_z \cdot F_x - C'_x \cdot F_z)^2 - 4 \cdot \left|\vec{F}_{s/p}\right|^2 \cdot (C_x'^2 + C_z'^2 - F_y^2 \cdot r^2)$$

et dont les solutions sont :

$$y_{1,2} = \frac{C'_x \cdot F_z - C'_z \cdot F_x \pm \sqrt{\frac{\Delta_y}{4}}}{\left|\vec{F}_{s/p}\right|^2}$$

Remarque : la solution à rejeter est celle qui, par substitution de y dans l'équation donnant z en fonction de y, fournira un résultat négatif de z.

c) Calcul de z par substitution de x et y dans (s)

(S) peut s'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \frac{C'_x}{F_z} + \frac{F_y}{F_z} \cdot z \\ x = -\frac{C'_y}{F_z} + \frac{F_x}{F_z} \cdot z \\ C'_z - F_y \cdot x + F_x \cdot y \end{array} \right\} \text{ sous la contrainte (s)}$$

on substitue z et y dans (s) :

$$\left(-\frac{C'_y}{F_z} + \frac{F_x}{F_z} \cdot z\right)^2 + \left(\frac{C'_x}{F_z} + \frac{F_y}{F_z} \cdot z\right)^2 + z^2 - r^2 = 0$$

En multipliant le 1^{er} et le 2nd membre par F_z^2 on obtient :

$$F_x^2 \cdot z^2 + F_y^2 \cdot z^2 + F_z^2 \cdot z^2 + 2 \cdot C'_x \cdot F_y \cdot z - 2 \cdot C'_y \cdot F_x \cdot z + C_x'^2 + C_y'^2 - F_z^2 \cdot r^2$$

c'est-à-dire :

$$\left|\vec{F}_{s/p}\right|^2 \cdot z^2 + 2 \cdot (C'_x \cdot F_y - C'_y \cdot F_x) \cdot z + (C_x'^2 + C_y'^2 - F_z^2 \cdot r^2)$$

Equation du second degré dont le déterminant est :

$$\Delta_z = 4 \cdot (C'_x \cdot F_y - C'_y \cdot F_x)^2 - 4 \cdot \left|\vec{F}_{s/p}\right|^2 \cdot (C_x'^2 + C_y'^2 - F_z^2 \cdot r^2)$$

et dont les solutions sont :

$$z_{1,2} = \frac{C'_y \cdot F_x - C'_x \cdot F_y \pm \sqrt{\frac{\Delta_z}{4}}}{\left|\vec{F}_{s/p}\right|^2}$$

Remarque : La solution à rejeter est celle qui fournira une valeur non significative en regard de r

3- En résumé

Les coordonnées du centre de gravité du système matériel formé par le corps sans les pieds sont données par :

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{C_z' \cdot F_y - C_y' \cdot F_z \pm \sqrt{\frac{\Delta_x}{4}}}{\left| \vec{F}_{s/p} \right|^2} \\ y_{1,2} &= \frac{C_x' \cdot F_z - C_z' \cdot F_x \pm \sqrt{\frac{\Delta_y}{4}}}{\left| \vec{F}_{s/p} \right|^2} \\ z_{1,2} &= \frac{C_y' \cdot F_x - C_x' \cdot F_y \pm \sqrt{\frac{\Delta_z}{4}}}{\left| \vec{F}_{s/p} \right|^2} \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta_x}{4} &= (C_y' \cdot F_z - C_z' \cdot F_y)_2 - \left| \vec{F}_{s/p} \right|^2 \cdot (C_y'^2 + C_z'^2 - F_x^2 \cdot r_2) \\ \frac{\Delta_y}{4} &= (C_z' \cdot F_x - C_x' \cdot F_z)_2 - \left| \vec{F}_{s/p} \right|^2 \cdot (C_x'^2 + C_z'^2 - F_y^2 \cdot r_2) \\ \frac{\Delta_z}{4} &= (C_x' \cdot F_y - C_y' \cdot F_x)_2 - \left| \vec{F}_{s/p} \right|^2 \cdot (C_x'^2 + C_y'^2 - F_z^2 \cdot r_2) \end{aligned}$$

et

$$\vec{C}'_{p/j} = \begin{bmatrix} C_x' \\ C_y' \\ C_z' \end{bmatrix} = \frac{1}{1-K} \cdot \vec{C}_{p/j}$$

Annexe 3 : Composition du rachis

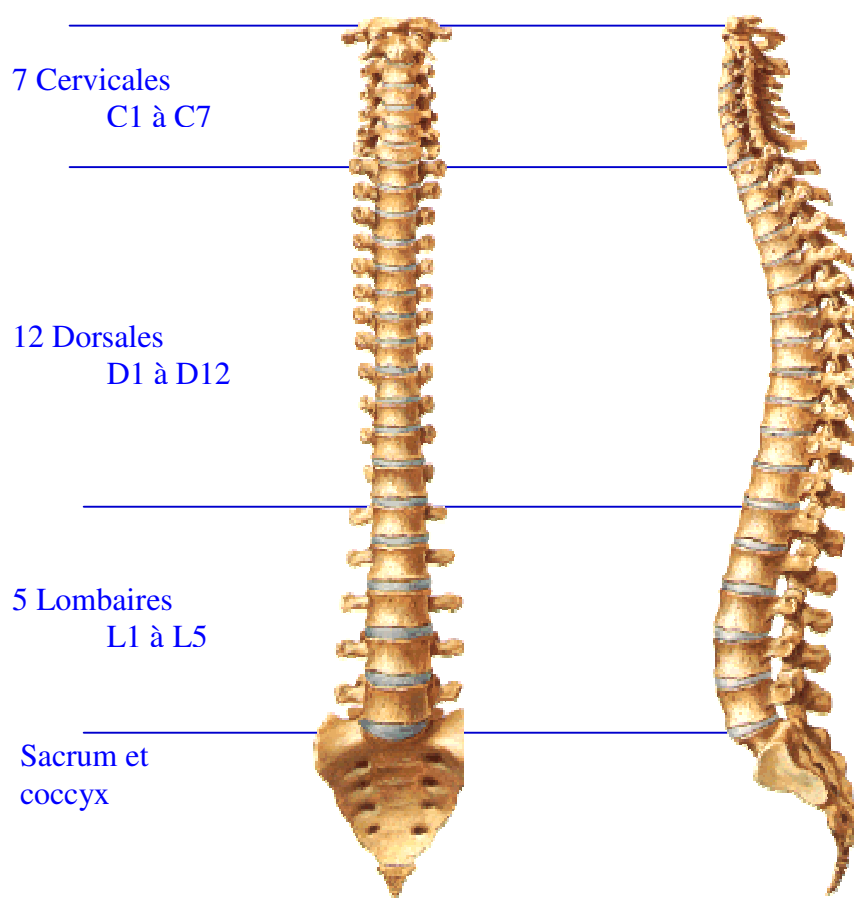


Figure A3-1 : Les différents étages de la colonne vertébrale

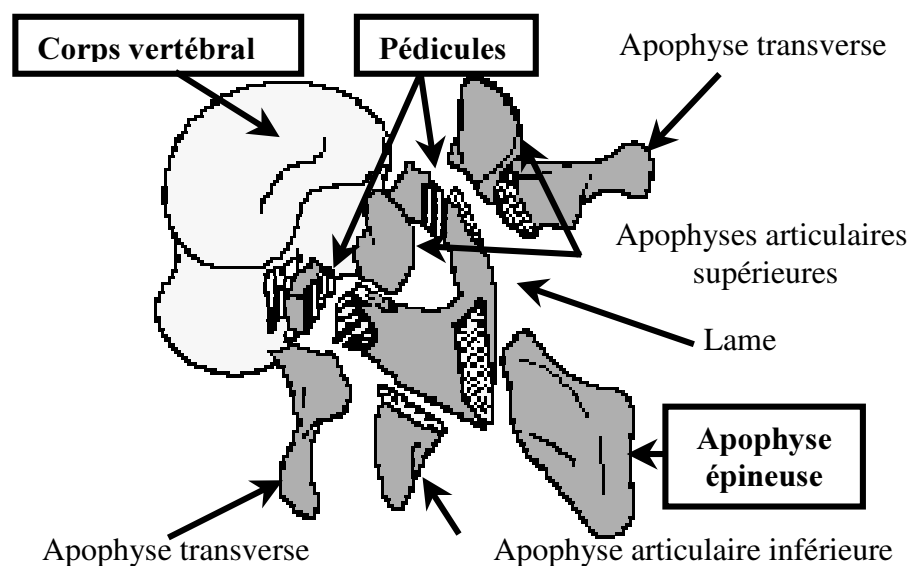


Figure A3-2 : Description d'une vertèbre

